

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«КОЛЛЕДЖ «КРАСНОСЕЛЬСКИЙ»**

РАССМОТРЕНО И ПРИНЯТО
на заседании Педагогического Совета
СПб ГБПОУ «Колледж «Красносельский»

Протокол № 6 от 07.06.2024 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор СПб ГБПОУ
«Колледж «Красносельский»
_____ Г.И. Софина
« ____ » _____ 2024 г.
Приказ № 101-осн. от 07.06.2024 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ**

по дисциплине

ОД.07 Математика

для обучающихся по специальности

38.02.03 Операционная деятельность в логистике

Санкт-Петербург
2024 г.

РАССМОТРЕНО И ОДОБРЕНО

На заседании МК СПб ГБПОУ «Колледж «Красносельский»

Протокол № _____ от _____ 2024 г.

Председатель МК _____ Н.В. Медведева

Организация-разработчик: СПб ГБПОУ «Колледж «Красносельский»

Разработчик: Сафонов А.В., преподаватель.

Методические указания к практическим занятиям являются частью основной профессиональной образовательной программы СПО по специальности 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.

Укрупненная группа специальностей 38.00.00 Экономика и управление.

Дисциплина «ОД.07 Математика».

СОДЕРЖАНИЕ:

1. ВВЕДЕНИЕ
2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ
4. СПИСОК ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации предназначены для обучающихся колледжа, изучающих учебную дисциплину «Математика».

Методические рекомендации включают в себя учебную цель, перечень образовательных результатов, заявленных во ФГОС СПО, задачи, обеспеченность занятия, краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме, вопросы для закрепления теоретического материала, задания для практической работы и инструкцию по ее выполнению, методику анализа полученных результатов, порядок и образец отчета о проделанной работе.

Учебные материалы к каждому из занятий включают контрольные вопросы, задания. Пособие содержит также список рекомендуемой литературы – основной, дополнительной и справочной, которая может использоваться обучающимися не только при подготовке к практическим занятиям, но и при написании рефератов.

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ раздела, темы	Тематика практического занятия	Кол-во часов
Раздел 1. Алгебра		
Тема 1.1 Повторение	№1 Повторение	15
Тема 1.2 Действительные числа	№2 Действительные числа	2
Тема 1.3 Степенная функция	№3 Степенная функция	2
Тема 1.4 Показательная функция	№4 Показательная функция	2
Тема 1.5 Логарифмическая функция	№5 Логарифмическая функция	4
Раздел 2. Основы стереометрии		
Тема 2.1 Параллельность прямых и плоскостей	№6 Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей	6
Тема 2.2 Перпендикулярность прямых и плоскостей		3
Раздел 3. Тригонометрия		
Тема 3.1 Тригонометрические формулы	№7 Тригонометрические формулы	6
Тема 3.2 Тригонометрические уравнения и неравенства	№8 Тригонометрические уравнения	4
Тема 3.3 Тригонометрические функции		6
Раздел 4. Начала математического анализа		
Тема 4.1 Функции, их свойства и графики	№9 Функции, их свойства и графики	2
Тема 4.2 Производная и её геометрический смысл	№10 Производная и её геометрический смысл	8

№ раздела, темы	Тематика практического занятия	Кол-во часов
Тема 4.3 Применение производной к исследованию функции	№ 11 Применение производной к исследованию функции	8
Раздел 5. Стереометрия		
Тема 5.1 Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Скалярное произведение векторов	№12 Векторы в пространстве	4
Тема 5.2. Многогранники	№ 13 Тела вращения	5
Тема 5.3. Тела вращения		2
Раздел 6. Интеграл	№ 14 Интеграл	10
Раздел 7. Измерения в геометрии		2
Раздел 8. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей		
Тема 8.1 Комбинаторика	№ 15 Элементы комбинаторики и теории вероятностей	2
Тема 8.2 Элементы теории вероятностей		2
Тема 8.3 Статика		1
Раздел 9. Итоговое повторение	№ 16 Итоговое повторение	20
	Всего	116

Критерии оценивания практических работ

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
86-100	5	отлично
66-85	4	хорошо
50-65	3	удовлетворительно
менее 50	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 1 по теме «Повторение»

Цели занятия:

- Повторение и систематизация материала за курс алгебры 7-9 класса;
- сформировать умения: выполнять вычисления и преобразования (У1); решать уравнения и неравенства (У2);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Сократите дробь: а) $\frac{x^2 - 4}{x + 2}$;

б) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$

2. Упростите выражение: $\frac{x^2 - 4x}{y} \cdot \frac{2xy}{x^2 - 16}$

3. Решите уравнения:

а) $2x - 3 = 5 - 2x$; б) $\frac{x}{2} - \frac{3x - 2}{4} = 3$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$; б) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2 - 2x - 1 = 0$; б) $\frac{x}{2} + \frac{1}{x} = 4$

6. Решите неравенство: $2x - 3 \leq 3 - x$

7. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x + 2 \leq x + 4 \\ x + 5 \geq 2x - 1 \end{cases}$$

8. Решите неравенство: $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

2 вариант

1. Сократите дробь: а) $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$;

б) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

2. Упростите выражение: $\frac{x^2 - x}{2y} \cdot \frac{y}{x - 1}$

3. Решите уравнения:

а) $2x + 1 = 3 - x$; б) $\frac{2x - 1}{3} + \frac{x + 1}{2} = 2$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2 + x - 4 = 0$; б) $\frac{x}{3} + \frac{2}{x} = 5$

6. Решите неравенство: $2x + 1 \geq x - 2$

7. решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x - 1 \leq 3x + 2 \\ 2x - 4 \leq x \end{cases}$$

8. Решите неравенство: $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

3 вариант

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$; б) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$

2. Упростите выражение: $\frac{x^3 - 1}{y^2 - 4} \cdot \frac{y + 2}{x^2 + x + 1}$

3. Решите уравнения:

а) $x - 4 = 2 - 3x$; б) $\frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} = 1$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$; б) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2 - x - 1 = 0$; б) $\frac{x}{5} + \frac{1}{x} = 4$

6. Решите неравенство: $x - 1 < 3x + 1$

7. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x + 1 \leq 2x - 1 \\ x + 3 \geq 3x - 2 \end{cases}$$

8. Решите неравенство: $x^2 - x - 2 > 0$

4 вариант

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 - 16}{x + 4}$; б) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

2. Упростите выражение: $\frac{xy^2}{x^2 - 1} \div \frac{2xy}{x - 1}$

3. Решите уравнения:

а) $2x + 5 = 5 - x$; б) $\frac{x}{2} + \frac{3x - 2}{5} = 4$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2 + 2x - 4 = 0$; б) $\frac{x}{3} - \frac{2}{x} = 1$

6. Решите неравенство: $2x + 2 > x - 3$

7. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x + 4 < x - 1 \\ x > 3x - 5 \end{cases}$$

8. Решите неравенство: $2x^2 - x - 1 < 0$ **Практическое занятие № 2 по теме «Действительные числа»****Цели занятия:**

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умение выполнять вычисления и преобразования (У1)

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

Вычислите: $5 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$ и $16^{-\frac{1}{2}}$ Упростите выражение: $b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}}$; $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{4}}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$; $(y^{-\frac{3}{4}})^4 \cdot y^{\frac{5}{2}}$.Представьте выражение $(c^{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt{c})$ в виде степени с основанием с.Сократите дробь: $\frac{3x^{\frac{1}{2}} - x}{3 - x^{\frac{1}{2}}}$; $\frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{b - 25}$.Упростите: $(\frac{c^{0,5} - b^{0,5}}{c^{0,5} + b^{0,5}} + \frac{2c^{0,5} \cdot b^{0,5}}{c - b}) \cdot \frac{c - 2c^{0,5} \cdot b^{0,5} + b}{c + b}$.

2 вариант

Вычислите: $2 \cdot 36^{\frac{1}{2}}$ и $27^{-\frac{1}{3}}$

Упростите выражение: $b^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{4}}$; $\frac{x^{\frac{3}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$; $(y^{\frac{1}{3}})^{-3} \cdot y^{\frac{2}{3}}$.

Представьте выражение $(c^{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt[3]{c})$ в виде степени с основанием c .

Сократите дробь: $\frac{b+7b^{\frac{1}{2}}}{7+b^{\frac{1}{2}}}$; $\frac{3+c^{\frac{1}{2}}}{c-9}$.

Упростите: $(\frac{c^{0,5}-b^{0,5}}{c-b} - \frac{1}{c^{0,5}-b^{0,5}}) \cdot \frac{c+2c^{0,5} \cdot b^{0,5}+b}{4b^{\frac{1}{2}}}$.

3 вариант

Вычислите: $2 \cdot 27^{\frac{1}{3}}$ и $36^{-\frac{1}{2}}$

Упростите выражение: $b^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$; $\frac{x^2}{x^{\frac{1}{4}}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$; $(y^{\frac{-1}{2}})^2 \cdot y^{\frac{3}{2}}$.

Представьте выражение $(c^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[4]{c})$ в виде степени с основанием c .

Сократите дробь: $\frac{5x^{\frac{1}{2}}+x}{5+x^{\frac{1}{2}}}$; $\frac{b-4}{2+b^{\frac{1}{2}}}$.

Упростите: $\frac{c+b}{c+2c^{0,5} \cdot b^{0,5}+b} : (\frac{c^{0,5}+b^{0,5}}{c^{0,5}-b^{0,5}} + \frac{2c^{0,5} \cdot b^{0,5}}{c-b})$.

4 вариант

Вычислите: $3 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$ и $64^{-\frac{1}{2}}$

Упростите выражение: $b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{2}}$; $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}} \cdot x^{-1}$; $(y^{\frac{3}{2}})^2 \cdot y^{-\frac{8}{3}}$.

Представьте выражение $(c^{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{c})$ в виде степени с основанием c .

Сократите дробь: $\frac{x^{\frac{1}{2}}-2}{x-2x^{\frac{1}{2}}}$; $\frac{1-c}{1+c^{\frac{1}{2}}}$.

Упростите: $(\frac{1}{c^{0,5}+b^{0,5}} - \frac{c^{0,5}+b^{0,5}}{c-b}) \cdot \frac{c-2c^{0,5} \cdot b^{0,5}+b}{2b^{0,5}}$.

Практическое занятие № 3 по теме «Степенная функция»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения: выполнять вычисления и преобразования (У1); решать уравнения и неравенства (У2); выполнять действия с функциями (У3); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия –индивидуальная и групповая.

1 вариант

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-5}$
 - а Выясните, на каких промежутках функция убывает
 - б Сравните числа $(1/7)^{-5}$ и 1; $(3,2)^{-5}$ и $(3\sqrt{2})^{-5}$
3. Решите уравнение:
 - а $\sqrt{1 - x} = 3$;
 - б $\sqrt{2 + x} = \sqrt{3 - x}$
 - в $\sqrt{1 - x} = x + 1$

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{9 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-6}$
 - а Выясните, на каких промежутках функция возрастает
 - б Сравните числа $(1/3)^{-6}$ и $(1/\sqrt{2})^{-6}$; $(4,2)^{-6}$ и 1
3. Решите уравнение:
 - а $\sqrt{x - 2} = 4$;
 - б $\sqrt{5 - x} = \sqrt{x + 1}$
 - в $\sqrt{x + 1} = 1 - x$

Вариант 3

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{16 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-3}$
 - а Выясните, на каких промежутках функция убывает
 - б Сравните числа $(1/5)^{-3}$ и 1; $(4,2)^{-3}$ и $(4\sqrt{3})^{-3}$
3. Решите уравнение:
 - а $\sqrt{x - 7} = 4$;
 - б $\sqrt{4 - x} = \sqrt{x + 3}$
 - в $\sqrt{x + 2} = 8 - 3x$

Вариант4

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{25 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-4}$
 - а Выясните, на каких промежутках функция возрастает
 - б Сравните числа $(1/2)^{-4}$ и $(1/\sqrt{2})^{-4}$; $(3,2)^{-4}$ и 1
3. Решите уравнение:
 - а $\sqrt{x - 4} = 5$;

$$\text{б) } \sqrt{9-x} = \sqrt{x+3}$$

$$\text{в) } \sqrt{2-x} = x-2$$

Практическое занятие № 4 по теме «Показательная функция»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); решать уравнения и неравенства (У2); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая.

Работа состоит из двух частей. Выполнение первой части работы (до черты) позволяет получить оценку «3». Для получения оценки «4» необходимо верно решить первую часть работы и одну из задач второй части (за чертой). Чтобы получить оценку «5», помимо выполнения первой части работы, необходимо решить не менее двух любых заданий из второй части.

1 вариант

1. Решить уравнение:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25; \text{ б) } 4^x + 2^x - 20 = 0$$

$$2. \text{ Решить неравенство: } \left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$$

$$3. \text{ Решить систему уравнений: } \begin{cases} x - y = 4 \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}$$

4. Решить неравенство:

$$\text{а) } (\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}; \text{ б) } \left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$$

5. Решить уравнение:

$$7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$$

6. Решите уравнение: $4 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 4^{2x} = 9 \cdot 20^x$.

В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

3 вариант

1. Решить уравнение:

2 вариант

1. Решите уравнение:

$$\text{а) } (0,1)^{2x-3} = 10; \text{ б) } 9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$$

$$2. \text{ Решите неравенство: } \left(\frac{6}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases}$$

4. Решить неравенство:

$$\text{а) } (\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9}; \text{ б) } \left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$$

5. Решить уравнение:

$$3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$$

6. Решите уравнение:

$3 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 3^{2x} = 5 \cdot 6^x$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

4 вариант

1. Решить уравнение:

a) $2^{1-x} = 8$; б) $25^x - 5^x = 20$

2. Решить неравенство: $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{9}{4}$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4^x + 4^y = 5 \end{cases}$$

4. Решить неравенство:

a) $(\sqrt{2})^{x+2} < \frac{1}{8}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-9} \geq 1$

5. Решить уравнение: $5^{2x} - 4^{x+1} = 4^x + 5^{2x-1}$

6. Решите уравнение:

$3 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

a) $8^x = 4^{x-1}$; б) $49^x - 6 \cdot 7^x - 7 = 0$

2. Решить неравенство: $\left(\frac{1}{64}\right)^x \geq \sqrt{\frac{1}{8}}$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 4^{x+2y-1} = 1 \end{cases}$$

4. Решить неравенство:

a) $(\sqrt[3]{7})^{x-3} > \frac{1}{49}$; б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-5} \leq 1$

5. Решить уравнение: $4^x + 3^{x-1} = 4^{x-1} + 3^{x+2}$

6. Решите уравнение:

$5 \cdot 5^{2x} - 13 \cdot 5^x \cdot 3^x + 6 \cdot 3^{2x} = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

Практическое занятие № 5 по теме «Логарифмическая функция»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); решать уравнения и неравенства (У2); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

A1. Укажите промежутки, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_3(3-2x) = 3$$

1) $(-\infty; -11)$; 2) $(-12; -1)$; 3) $(-10; 10)$;

4) $(1; +\infty)$

A2. Найдите произведение корней уравнения: $\lg(x^2 - x) = 1 - \lg 5$

1) 2; 2) 25; 3) 50; 4) -2

A3. Решите неравенство:

$$\log_2(2x+1) > \log_2(x-1)$$

1) $(1; +\infty)$; 2) $(2; +\infty)$; 3) $(-2; +\infty)$; 4) $(-0,5; +\infty)$

A4. Решите неравенство: $\log_{0,3}(x-7) < 0$

1) $(7; 8)$; 2) $(-\infty; 7) \cup (8; +\infty)$; 3) $(8; +\infty)$;

4) $(-\infty; 7)$

B1. Решите уравнение: $\log_5 x^3 - 6 = 0$

B2. Решите уравнение:

2 вариант

A1. Укажите промежутки, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_6(5x-5) = 2$$

1) $(-8; 8)$; 2) $(7; 9)$; 3) $(9; 11)$; 4) $(10; +\infty)$

A2. Найдите произведение корней уравнения: $\log_6(2x^2 - x) = 1 - \log_6 2$

1) 3; 2) -1; 3) -1,5; 4) -3

A3. Решите неравенство:

$$\log_3(5x-1) < \log_3(4x+3)$$

1) $(-\infty; 4)$; 2) $(-0,75; 4)$; 3) $(0,2; 4)$; 4) $(4; +\infty)$

A4. Решите неравенство: $\log_{0,1}(x-3) > 0$

1) $(3; 4)$; 2) $(-\infty; 4)$; 3) $(4; +\infty)$; 4) $(3; +\infty)$

B1. Решите уравнение: $\log_4 x^5 + 5 = 0$

B2. Решите уравнение:

$\log_4^2 x - 3\log_4 x = 3^{\log_3 4}$. В ответе укажите наименьший из корней данного уравнения.

В3. Найдите наибольшее целое значение x , удовлетворяющее

$$\log_{\sqrt{3}}(x-5) - \log_3(x-5) < 4$$

С1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_{12} x = 1 - \log_{12} y \end{cases}$$

3 вариант

А1. Укажите промежутки, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-5) = -2$$

1) $(2; +\infty)$; 2) $(4; +\infty)$; 3) $(0; 2)$; 4) $(-3; -1)$

А2. Найдите произведение корней уравнения: $\lg(x-2) = 1 - \lg(x+2)$

1) 6; 2) 14; 3) -6; 4) $\sqrt{14}$

А3. Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{3}}(3-2x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$$

1) $(2; +\infty)$; 2) $[2; +\infty)$; 3) $(1; 2)$; 4) нет реш.

А4. Решите неравенство: $\log_{0,8}(3-5x) \geq 0$

1) $(\frac{2}{5}; \frac{3}{5})$; 2) $[0,4; 0,6)$; 3) $(0,4; 0,6]$; 4) $[0,4; 0,6]$

В1. Решите уравнение: $\log_2 x^4 - 4 = 0$

В2. Решите уравнение:

$$\log_3^2 x - \log_3 x = 5^{\log_3 2}$$

В3. Найдите наибольшее целое значение x , удовлетворяющее

$$\log_{\sqrt{2}}(x-3) - \log_2(x-3) < 1$$

С1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_7 y = 1 - \log_7 x \end{cases}$$

$\log_3^2 x - \log_3 x = 4^{\log_4 6}$. В ответе укажите наибольший из корней данного уравнения.

В3. Найдите наименьшее целое значение x , удовлетворяющее

$$\log_{\sqrt{5}}(4-x) + \log_{0,2}(4-x) < 1$$

С1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 y = 3 - \log_2 x \end{cases}$$

4 вариант

А1. Укажите промежутки, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_{\frac{1}{5}}(2x-3) = -1$$

1) $(-1; 2)$; 2) $(3,5; 5)$; 3) $(2; 3,5)$; 4) $(-4; -2)$

А2. Найдите произведение корней уравнения:

$$\lg(x+3) = 1 - \lg(x-3)$$

1) $\sqrt{19}$; 2) 19; 3) -2; 4) 1

А3. Решите неравенство:

$$\log_2(2x-1) \leq \log_2(3x+4)$$

1) $(-\infty; -5]$; 2) $[-5; +\infty)$; 3) $[0,5; +\infty)$; 4) $(0,5; +\infty)$

А4. Решите неравенство: $\log_{0,2}(2-5x) \geq 0$

1) $[0,2; 0,4)$; 2) $(0,2; 0,4)$; 3) $(0,2; 0,4]$; 4) $[0,2; 0,4]$

В1. Решите уравнение: $\log_4 x^3 + 3 = 0$

В2. Решите уравнение:

$$\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x = 4^{\log_4 6}$$

В3. Найдите наименьшее целое значение x , удовлетворяющее

$$\log_{\sqrt{4}}(1-x) - \log_4(1-x) < 1$$

С1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_5 x = 1 - \log_5 y \end{cases}$$

Практическое занятие № 6 по теме «Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;

- сформировать умение выполнять действия с геометрическими фигурами (У4); строить и исследовать простейшие математические модели (У5); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия –индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Дан треугольник MPK . Плоскость, параллельная прямой MK , пересекает сторону MP в точке M_1 , а сторону PK -в точке K_1 . Вычислите длину отрезка M_1K_1 , если $MK=27$ см, $PK_1:K_1K=5:4$.
2. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через середину ребра AB и параллельной плоскости $A C C_1$.
3. Через середину M стороны AD квадрата $ABCD$ проведён к его плоскости перпендикуляр MK , равный $6\sqrt{3}$ см, Сторона квадрата равна 12 см. Вычислите: расстояние от точки K до прямой BC и площади треугольника AKB и его проекции на плоскость квадрата.
4. В условиях задачи 1 найдите расстояние между прямыми AK и BC .
5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. $AC=13$ см, $CD=5$ см, $AA_1=12\sqrt{3}$ см. Вычислите градусную меру двугранного угла $ADCA_1$.

2 вариант

1. Дан треугольник ABC . Плоскость, параллельная прямой AC , пересекает сторону AB в точке A_1 , а сторону BC -в точке C_1 . Вычислите длину отрезка BC_1 , если $CC_1=20$ см, $A_1C_1: AC=3:7$.
2. Дан тетраэдр $ABCD$. Точка M -середина ребра CD , точка K - середина ребра AD . Постройте сечение тетраэдра плоскостью, содержащей точку K и параллельной плоскости AMB .
3. Через середину E гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC проведён к его плоскости перпендикуляр EM , равный $4\sqrt{5}$ см, $AB=BC=16$ см, угол C равен 90° . Вычислите: расстояние от точки M до прямой AC и площади треугольника AMC и его проекции на плоскость данного треугольника.
4. В условиях задачи 1 найдите расстояние между прямыми EM и BC .
5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, основание которого квадрат. $AC=6\sqrt{2}$ см, $AB_1=4\sqrt{3}$ см. Вычислите градусную меру двугранного угла B_1ADB .

3 вариант

1. Дан треугольник $СКР$. Плоскость, параллельная прямой $РК$, пересекает сторону $СР$ в точке E , а сторону $КС$ -в точке F . Вычислите длину отрезка $РК$, если $EF=14$ см, $CE:EP=2:5$.
2. Дан параллелепипед $MNPQM_1N_1P_1Q_1$. Постройте сечение этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через середину ребра MN и параллельной плоскости QNN_1 .
3. В прямоугольнике $ABCD$ $AD=10$ см, $AB=12$ см. Через середину K стороны BC проведён перпендикуляр MK к его плоскости, равный 5 см. Вычислите: расстояние от точки M до прямой AD и площади треугольника AMB и его проекции на плоскость данного треугольника.
4. В условиях задачи 1 найдите расстояние между прямыми BM и AD .

5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. $AC=10$ см, $CD=6$ см, $AA_1=8\sqrt{3}$ см. Вычислите градусную меру двугранного угла $DABD_1$.

4 вариант

1. Дан треугольник EFT . Плоскость, параллельная прямой FT , пересекает сторону EF в точке D , а сторону ET в точке C . Вычислите длину отрезка CD , если $FT=24$ см, $DE:EF=1:3$.
2. Дан тетраэдр $MKPT$. Точка A - середина ребра MP , точка B - середина ребра PT . Постройте сечение тетраэдра плоскостью, содержащей точки A , B и параллельной плоскости MKT .
3. Через точку пересечения диагоналей квадрата $MNPQ$ (точку O) проведён перпендикуляр OD к его плоскости, $OD=8$ см, $MN=12$ см. Вычислите: расстояние от точки D до прямой NP и площади треугольника MDN и его проекции на плоскость квадрата.
4. В условиях задачи 1 найдите расстояние между прямыми OD и MN .
5. Основанием прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат, диагональ которого равна $12\sqrt{2}$ см. Диагональ боковой грани параллелепипеда равна $8\sqrt{3}$ см. Вычислите градусную меру двугранного угла $D_1 ABD$.

Практическое занятие № 7 по теме «Тригонометрические формулы»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умение выполнять вычисления и преобразования (У1);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3} + 2tg \frac{\pi}{4}$;

б) $\sin 315^\circ \cdot \cos 225^\circ + ctg 210^\circ \cdot tg 300^\circ$

2. Вычислите:

а) $\frac{\cos 120^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 120^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\cos 25^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 25^\circ \cdot \sin 45^\circ}$;

б) $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$

3. Упростите выражения:

а)

$$2 \sin(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + tg(\pi - \alpha) \cdot ctg(2\pi + \alpha) \neq 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi + \alpha) + tg(\pi + \alpha) \cdot ctg(2\pi - \alpha)$$

б) $\frac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}$; в) $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

4. Доказать тождество: $\frac{ctg \alpha}{tg \alpha + ctg \alpha} = \cos^2 \alpha$

2 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} + 3tg \frac{\pi}{3}$;

б) $\cos 210^\circ \cdot \sin 300^\circ + ctg 45^\circ \cdot tg 225^\circ$

2. Вычислите:

а) $\frac{\sin 5^\circ \cdot \cos 25^\circ + \cos 5^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\cos 80^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sin 50^\circ}$;

б) $2 \cos \frac{\pi}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$

3. Упростите выражения:

а)

б) $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha}{\sin 3\alpha + \sin \alpha}$; в) $\frac{1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}$

4. Доказать тождество:

$$\left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$$

3 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \cdot tg \frac{\pi}{4}$;

б) $\sin 225^\circ \cdot \cos 300^\circ + tg 45^\circ \cdot ctg 135^\circ$

2. Вычислите:

а) $\frac{\cos 18^\circ \cdot \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sin 23^\circ \cdot \cos 7^\circ + \cos 23^\circ \cdot \sin 7^\circ}$;

б) $\frac{2tg 15^\circ}{1 - tg^2 15^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $tg\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

4 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \pi - \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$;

б) $\cos 135^\circ \cdot \sin 210^\circ + ctg 300^\circ \cdot tg 315^\circ$

2. Вычислите:

а) $\frac{\sin 35^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 35^\circ \cdot \sin 5^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ}$

б) $\frac{tg 73^\circ - tg 13^\circ}{1 + tg 73^\circ \cdot tg 13^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $ctg\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

$$\text{б) } \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha - \cos \alpha}; \quad \text{в) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$$

4. Доказать тождество:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \sin^2 \alpha$$

$$\text{б) } \frac{\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{\sin 4\alpha + \sin 6\alpha}$$

4. Доказать тождество:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1 = \sin 2\alpha$$

Практическое занятие № 8 по теме «Тригонометрические уравнения»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умение решать уравнения и неравенства (У2);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Решите уравнения:

$$\text{а) } \sin x = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \cos \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \text{в) } \operatorname{ctg} 2x = 2; \quad \text{г) } \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

$$\text{а) } 2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 = 0; \quad \text{б) } 2 \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x = 5$$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

$$\text{а) } 5 \sin x + 3 \sin 2x = 0; \quad \text{б) } \sin 7x - \sin x = 0$$

4. Решите уравнение, используя однородность:

$$\text{а) } \sin x - \sqrt{3} \cos x = 0; \quad \text{б) } \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$$

2 вариант

1. Решите уравнения:

$$\text{а) } \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \text{б) } \sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \text{в) } \operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3}; \quad \text{г) } \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

$$\text{а) } 2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0; \quad \text{б) } 3 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x = 8$$

3. Решите уравнение, методом разложения на множители:

$$\text{а) } 7 \cos x - 4 \sin 2x = 0; \quad \text{б) } \cos 5x + \cos x = 0$$

4. Решите уравнение, используя однородность:

$$\text{а) } \sin x - \cos x = 0; \quad \text{б) } 3 \sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$$

3 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$;

в) $\operatorname{ctg} 3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

г) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$;

б) $\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $\cos 3x - \cos x = 0$;

б) $\sin 5x = \sin x$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin 2x = 2\sin^2 x$;

б) $\sin x - \frac{\sqrt{3}}{3}\cos x = 0$

4 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\operatorname{tg} 3x = 0$;

г) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 3$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\cos^2 x + 3\sin x = 0$;

б) $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2\operatorname{tg} x$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $\cos 2x = -\cos x$;

б) $\sin 2x = 2\sin x$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x + \frac{1}{2}\cos x = 0$;

б) $4\sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x = 1$

Практическое занятие №9 по теме «Функции, их свойства и графики»

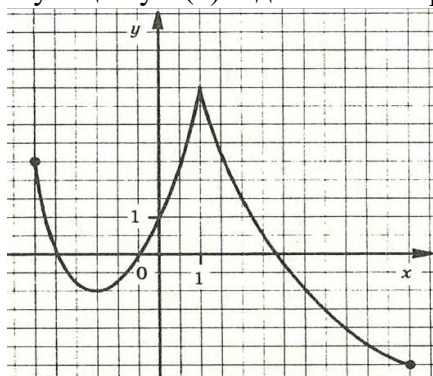
Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умение выполнять действия с функциями (УЗ);

Форма организации занятия –индивидуальная и групповая

1 вариант

Функция $y=f(x)$ задана своим графиком. Укажите:

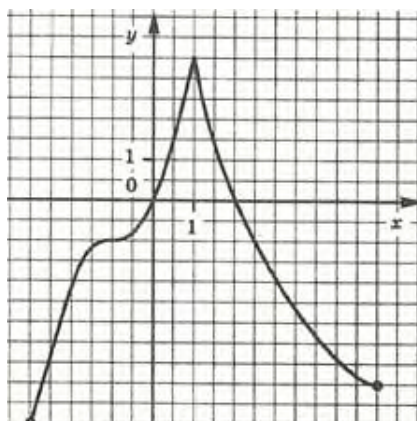


- Область определения функции;
- При каких значениях x $f(x) \leq 0$;
- Точки экстремума;
- Промежутки возрастания и убывания функции;
- Наибольшее и наименьшее значения функции.

2 вариант

Функция $y=f(x)$ задана своим графиком. Укажите:

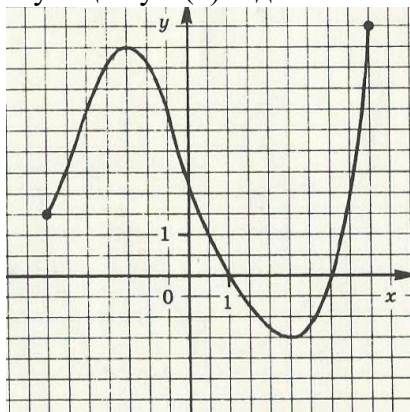
- область определения
- при каких значениях x
- точки экстремума
- промежутки функции;
- наибольшее и функции.



- функции;
- $f(x) < -1$;
- возрастания и убывания
- наименьшее значения

3 вариант

Функция $y=f(x)$ задана своим графиком. Укажите:



- область определения функции;
- при каких значениях x $f(x) < -1$;
- промежутки возрастания и убывания функции;
- в каких точках графика касательные к нему

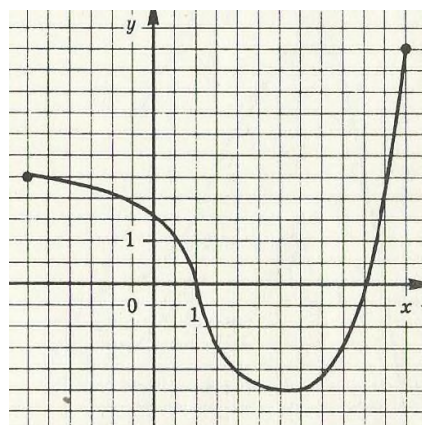
параллельны оси абсцисс;

- наибольшее и наименьшее значения функции.

4

Функция $y=f(x)$ задана своим

- область определения
- при каких значениях x



- вариант графиком. Укажите: функции;
- $f(x) > 1$;

- промежутки возрастания и убывания функции;
- в какой точке графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

Практическое занятие № 10 по теме «Производная и её геометрический смысл»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); решать уравнения и неравенства (У2); выполнять действия с функциями (У3); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Найдите производную функции:

$$\text{а) } y = x^2 \cdot \sin 2x; \quad \text{б) } y = \sqrt{\sin^3 3x - 1}; \quad \text{в) } y = \frac{x^3}{1 - x^2}$$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = t^2 + t + 2$. Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость будет равна 5 м/с ?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2; \quad g(x) = 7,5x^2 - 16x$$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[0; 2]$

2 вариант

1. Найдите производную функции

$$\text{а) } y = x^3 \cdot \sin \frac{x}{3}; \quad \text{б) } y = \sqrt{1 + 7tg2x}; \quad \text{в) } y = \frac{x^2}{1 - x^3}$$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = 0,5t^2 - 4t + 6$. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$$f(x) = x^3 - 3x^2; \quad g(x) = 1,5x^2 - 9$$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ на отрезке $[-3; 0]$.

3 вариант

1. Найти производную функции

а) $y = x^2 \cdot \cos 3x$;

б) $y = \sqrt{1 - 8 \sin \frac{x}{8}}$

в) $y = \frac{x^3}{x^2 - 2x}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = 3t^3 - 6t - 1$. Найти скорость тела через $2c$ после начала движения.

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$$f(x) = x^3 - 5x^2; \quad g(x) = x^3 - 10x$$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 5}{x^2 + 5}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - \frac{7}{4}$ на отрезке $[-1; 2]$.

4 вариант

1. Найти производную функции

а) $y = x^3 \cdot \cos \frac{x}{3}$;

б) $y = \sqrt{\cos^5 \frac{x}{5} - 1}$;

в) $y = \frac{x^2 - 1}{4 - 8x}$

2. Тело движется по прямой по закону $S(t) = 3t^3 - 2t - 3$. В какой момент времени скорость тела будет равна 34 м/с ?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x; \quad g(x) = x^3 + 2x^2$$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ на отрезке $[1; 3]$.

Практическое занятие № 11 по теме «Применение производной к исследованию функций»

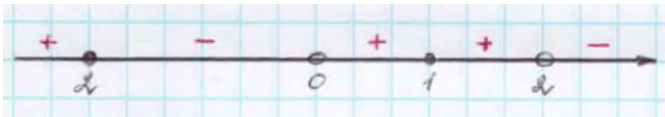
Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); выполнять действия с функциями (У3); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

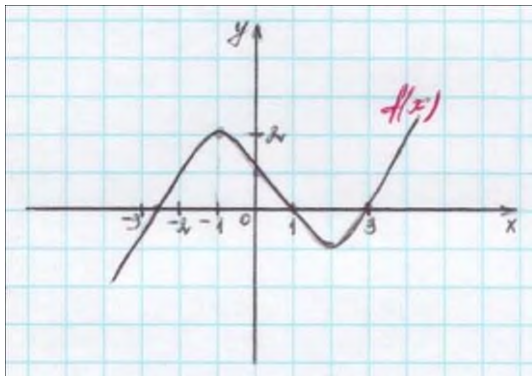
1 вариант

- Производная функции $f(x)$ на отрезке $[-2;8]$ меняет свой знак в точке $x=0$, при этом $f'(0) > 0$. Поэтому данная функция на промежутке ... возрастает, а убывает на промежутке ...
- Если $f'(x) > 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является ...
- Из данных функций $f(x) = 3x + \cos x$; $g(x) = x^2 + 5x + \cos 2x$;
 $h(x) = -3\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 4x + \pi$ убывающей является ...
- Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:



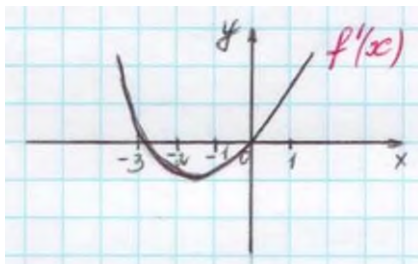
функция $g(x)$ убывает на промежутках ...
 функция $g(x)$ возрастает на промежутках ...
 функция $g(x)$ имеет точки максимума ...

- Дан график функции $f(x)$:



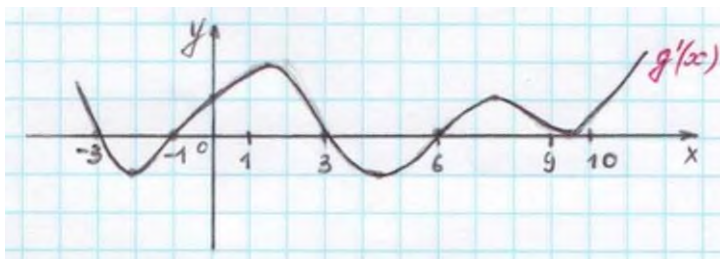
$f'(x) > 0$ на промежутках ...
 $f'(x) < 0$ на промежутках ...
 точки максимума функции $f(x)$...
 точки минимума функции $f(x)$...

- Дан график производной функции $f(x)$



тогда функция $f(x)$ возрастает ..., убывает Точки экстремума функции $f(x)$...

- Дан график производной функции $g(x)$:



точки максимума функции $f(x)$...
 точки минимума функции $f(x)$...
 ...

8. Функция $h(x) = -\frac{1}{x^3}$... точек экстремума, так как ...

2 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[-4; 2]$ меняет свой знак в точке $x = -1$, при этом $f'(-1) < 0$. При этом данная функция на промежутке ... возрастает, а убывает на промежутке ...
2. Если $f'(x) < 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является ...
3. Из данных функций $f(x) = 2x + \sin x$; $g(x) = x^3 + 4x$; $h(x) = -x^2 - 7x + \pi$, возрастающей является ...
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:

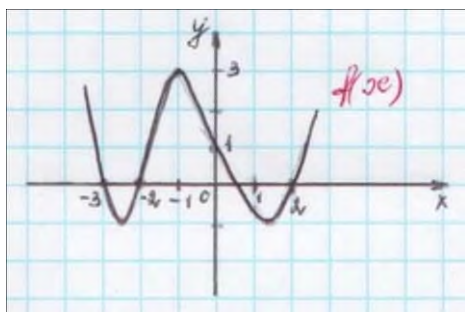


функция $g(x)$ убывает на промежутках ...

функция $g(x)$ возрастает на промежутках ...

функция $g(x)$ имеет точки минимума ...

5. Дан график функции $f(x)$:



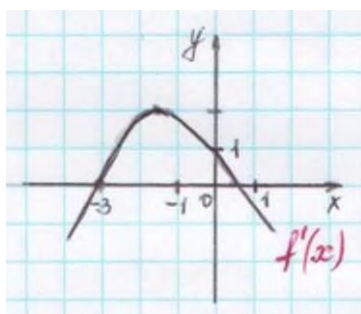
$f'(x) > 0$ на промежутках ...

$f'(x) < 0$ на промежутках ...

точки максимума функции $f(x)$...

точки минимума функции $f(x)$...

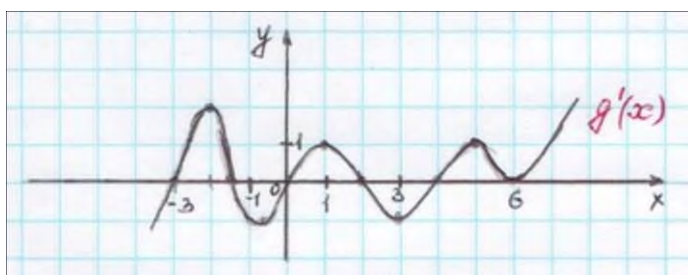
6. Дан график производной функции $f(x)$:



тогда функция $f(x)$ возрастает ..., убывает Точки экстремума функции $f(x)$

...

7. Дан график производной функции $g(x)$:



точки максимума функции $g(x)$

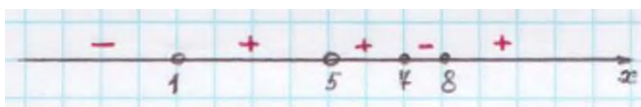
...

точки минимума функции $g(x)$...

8. Функция $h(x) = \frac{1}{2x^2}$... точек экстремума, так как ...

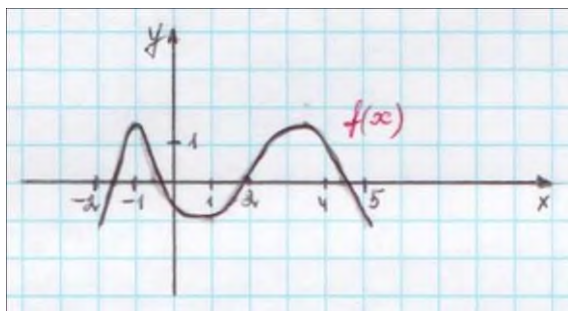
3 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[1;5]$ меняет свой знак в точке $x=3$, при этом $f'(3) > 0$. Поэтому на промежутке ... возрастает, а убывает на промежутке ...
2. Если $f'(x) > 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является ...
3. Из данных функций $f(x) = 2x + \cos x$; $g(x) = x^2 + 3x + \cos 2x$; $h(x) = -3\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2x$ убывающей является ...
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:



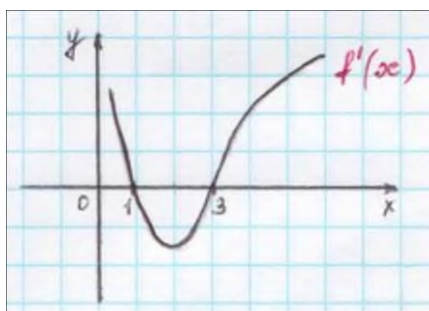
функция $g(x)$ убывает на промежутке ...
 функция $g(x)$ возрастает на промежутке ...
 функция $g(x)$ имеет точки максимума ...

5. Дан график функции $f(x)$:



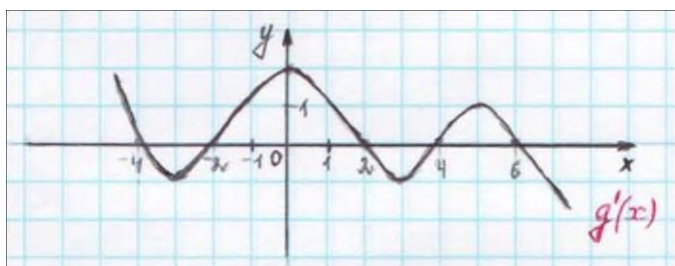
$f'(x) > 0$ на промежутках ...
 $f'(x) < 0$ на промежутках ...
 точки минимума функции $f(x)$...

6. Дан график производной функции $f(x)$:



тогда функция $f(x)$ возрастает ..., убывает Точки экстремума функции $f(x)$...

7. Дан график производной функции $g(x)$:

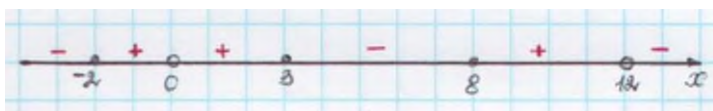


точки максимума функции $g(x)$...
 точки минимума функции $g(x)$...

8. Функция $h(x) = x^2 - 2x + 1$... точек экстремума, так как ...

4 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[-3;4]$ меняет свой знак в точке $x = 0$, при этом $f'(0) < 0$. Поэтому данная функция на промежутке ... возрастает, а убывает на промежутке ...
2. Если $f'(x) < 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является ...
3. Из данных функций $f(x) = 2x + \sin x$; $g(x) = x^3 + 3x$; $h(x) = -x^2 - 5x + 8$ возрастающей является ...
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:

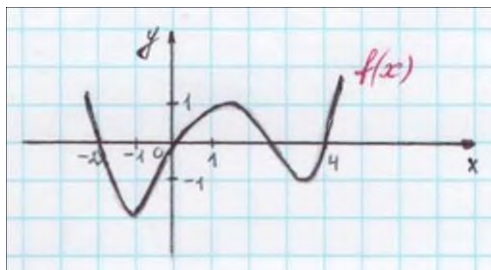


функция $g(x)$ убывает на промежутке ...

функция $g(x)$ возрастает на промежутке ...

функция $g(x)$ имеет точки минимума ...

5. Дан график функции $f(x)$:

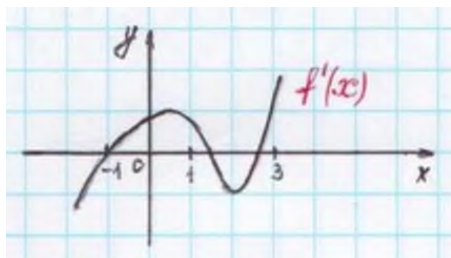


$f'(x) > 0$ на промежутках ...

$f'(x) < 0$ на промежутках ...

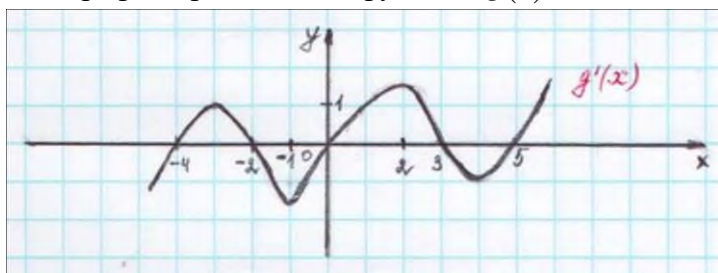
точки максимума функции $f(x)$...

6. Дан график производной функции $f(x)$:



тогда функция $f(x)$ возрастает ..., убывает Точки экстремума функции $f(x)$...

7. Дан график производной функции $g(x)$:



... точки максимума функции $g(x)$

... точки минимума функции $g(x)$

...

8. Функция $h(x) = x^3 - \frac{2}{x}$... точек

экстремума, так как ...

Практическое занятие №12 по теме «Векторы в пространстве»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения: выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (У4); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия –индивидуальная

Даны точки: $A(0;-N)$, $B(N;0)$, $C(N-5;1-N)$, $D(-N-2;N+1)$, где N – номер студента по списку.

1. Найти координаты, абсолютные величины векторов \overline{AB} и \overline{CD} .
2. При каком значении m перпендикулярны векторы $\vec{a}(1;-m;-2)$ и $\vec{b}(m;2;-4)$?
- 3*. Проверьте, коллинеарны ли векторы \overline{AD} и \overline{CD} ?
- 4*. Образуют ли векторы $\vec{a}(-1;-2;N)$, $\vec{b}(3;N;-2)$, $\vec{c}(-N;0;7)$ базис?
- 5**. Найти угол между векторами \overline{AC} и \overline{BD} .
- 6**. Образуют ли векторы $\vec{a}(N;0;5)$, $\vec{b}(3;2;N)$, $\vec{c}(5;N;9)$ базис? Если да, то найти в нем координаты вектора $\vec{d}(-4;2;N)$.

Примечание.

Чтобы получить оценку «3», достаточно решить задания: 1-3. Для получения оценки «4», необходимо решить задания: 1-5, а для получения оценки «5», нужно выполнить все задания.

Практическое занятие № 13 по теме «Тела вращения»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;
- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (У4); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия –индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.
1) $5\sqrt{2}$ см; 2) $8\sqrt{2}$ см; 3) 10 см; 4) $10\sqrt{2}$ см

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $6\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания цилиндра равна 25 дм². Найдите высоту цилиндра.
- 1) $\frac{2}{3}\pi$ дм; 2) $\frac{\pi}{2}$ дм; 3) $0,6\pi$ дм; 4) 2 дм
3. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.
- 1) 8π см²; 2) $8\sqrt{2}\pi$ см²; 3) 9π см²; 4) $6\sqrt{3}\pi$ см²
4. Радиус основания конуса $3\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.
- 1) $16\sqrt{2}$ см²; 2) 18 см²; 3) $12\sqrt{3}$ см²; 4) 16 см²
5. Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если $AB=8$ см, $BC=10$ см, $AC=12$ см и расстояние от центра шара O до плоскости треугольника ABC равно $\sqrt{2}$ см.
- 1) $3\sqrt{3}$ см; 2) $2\sqrt{3}$ см; 3) 3 см; 4) $3\sqrt{2}$ см

2 вариант

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 36 см. Найдите радиус основания цилиндра.
- 1) 9 см; 2) 8 см; 3) $8\sqrt{3}$ см; 4) $9\sqrt{2}$ см
2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $12\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания равна 64 дм². Найдите высоту цилиндра.
- 1) $\frac{\pi}{2}$ дм; 2) $0,75\pi$ дм; 3) $\frac{5\pi}{6}$ дм; 4) 3 дм
3. Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.
- 1) $120\sqrt{2}\pi$ см²; 2) 136π см²; 3) 144π см²; 4) $24\sqrt{3}\pi$ см²
4. Радиус основания конуса равен $7\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.
- 1) $54\sqrt{2}$ см²; 2) 35 см²; 3) $21\sqrt{2}$ см²; 4) 98 см²
5. Стороны треугольника MKN касаются шара. Найдите радиус шара, если $MK=9$ см, $MN=13$ см, $KN=14$ см и расстояние от центра шара O до плоскости MKN равно $\sqrt{6}$ см.
- 1) $4\sqrt{2}$ см; 2) 4 см; 3) $3\sqrt{3}$ см; 4) $3\sqrt{2}$ см

Практическое занятие № 14 по теме «Интеграл»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;

- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); выполнять действия с функциями (У3); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x) = x^2 - \sin 2x - 1$ является первообразной:

1) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \cos 2x + x$;

2) $f(x) = 2x - 2 \cos 2x$;

3) $f(x) = 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$;

3) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} \cos 2x + x$

2. Для функции $f(x) = x^2$, найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке $F(-1) = 2$.

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2\frac{1}{3}$;

2) $F(x) = 2x + 2\frac{1}{3}$;

3) $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 2\frac{1}{3}$;

4) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2\frac{1}{3}$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $v(t) = t + t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 секунд, если скорость измеряется в м/с.

1) 18 м;

2) $12\frac{1}{3}$ м;

3) $17\frac{1}{3}$ м;

4) 20 м

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 x} dx$; б) $\int_2^4 4x dx$.

а)

1) $6\sqrt{3}$;

2) 6;

3) $2\sqrt{3}$;

4) $3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = -x^2 + 3$; $y = 0$

б) $y = \sqrt{x}$; $y = \frac{1}{2}x$

1) $4\sqrt{3}$;

3) $9\sqrt{3}$;

1) 2;

3) $2\frac{2}{3}$;

2) $6\sqrt{3}$;

4) $8\sqrt{3}$.

2) $1\frac{1}{3}$;

4) $1\frac{2}{3}$.

2 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x) = -\cos \frac{x}{2} - x^3 + 4$ является первообразной:

1) $f(x) = -\sin \frac{x}{2} - 3x^2$;

3) $f(x) = -\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} - 3x^2$;

2) $f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} - 3x^2$;

4) $f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} - 3x^2$.

2. Для функции $f(x) = 2x - 2$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;1)$.

1) $F(x) = -x^2 - 2x - 1$ 2) $F(x) = x^2 + 2x + 2$; 3) $F(x) = 2x^2 - 2$ 4) $F(x) = x^2 - 2x + 1$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $v(t) = 3 + 0,2t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 7 секунд, если измеряется в м/с.

1) 22,8 м 2) 29 м; 3) 23 м; 4) 13 м

4. Вычислите: а) $\int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{6} dx$; б) $\int_1^4 (x^2 - 6x) dx$

а)

1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 2) $3\sqrt{3}-3$; 3) 0; 4) $3-3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 2x^2$; $y = 0$; $x = 2$

б) $y = 5 - x^2$; $y = 1$;

1) $5\frac{2}{3}$;

3) $5\frac{1}{3}$;

1) 16;

3) $11\frac{1}{3}$;

2) $2\frac{1}{3}$;

4) $2\frac{2}{3}$

2) $5\frac{1}{3}$;

4) $10\frac{2}{3}$

3 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x) = x^3 - \sin 3x + 2$ является первообразной:

1) $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3} \cos 3x$;

3) $f(x) = 3x^2 + \sin 3x$;

2) $f(x) = 3x^2 - 3 \cos 3x$;

4) $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3} \cos 3x$

2. Для функции $f(x) = x^3$ найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке: $F(1) = \frac{1}{4}$

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2$;

2) $F(x) = \frac{1}{4} x^4$;

3) $F(x) = \frac{1}{4} x^4 + 3$;

4) $F(x) = -\frac{x^3}{3}$

3. Скорость движения точки $v(t) = (18t - 3t^2)$ м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

1) 108 м;

2) 92 м;

3) 36 м;

4) 20 м

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx$; б) $\int_0^2 x^3 dx$

а)

1) $\frac{\pi}{2}$;

2) $-\frac{\pi}{2}$;

3) 0;

4) 1

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 - 1; y = 0$

б) $y = x^3; x = 2; x = 0$

1) $\frac{2}{3}$;

3) $\frac{3}{2}$;

1) 2;

3) 4;

2) $\frac{4}{3}$;

4) $\frac{3}{4}$

2) 3;

4) 1

4 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x) = x^3 - \cos 3x + 2$ является первообразной:

1) $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3} \cos 3x$;

3) $f(x) = 3x^2 + 3 \sin 3x$;

2) $f(x) = 3x^2 - 3 \cos 3x$;

4) $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3} \cos 3x$

2. Для функции $f(x) = 3x^2 - 3$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;2)$.

1) $F(x) = -x^3 - 3x$;

2) $F(x) = x^3 + 3x - 1$;

3) $F(x) = x^3 - 3x$;

4) $F(x) = x^2 - 5$

3. Скорость движения точки $v(t) = (24t - t^2) \text{ м/с}$. Найдите путь. Пройденный точкой за третью секунду.

1) 10 м;

2) 32 м;

3) 108 м;

4) 24 м

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$; б) $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

а)

1) $\frac{2}{3}$;

2) $\frac{1}{3}$;

3) 1;

4) 0

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 + 1; x = 0; x = 1$

б) $y = 4 - x^2; y = 0$

1) $\frac{2}{3}$;

3) $\frac{4}{3}$;

1) $\frac{16}{3}$;

3) $\frac{1}{3}$;

2) 1;

4) 2

2) 1;

4) $\frac{32}{3}$

Практическое занятие № 15 по теме «Комбинаторика, элементы теории вероятностей, статистика»

Цели занятия:

- обобщение и систематизация материала по теме;

- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия – индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Решите уравнение: $A_x^3 = \frac{1}{20} \cdot A_x^4$
2. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3-х человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?
3. Брошена игральная кость. Найти вероятность:
 - а) появления четного числа очков;
 - б) появления не больше двух очков.
4. В партии из 15 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад деталей 3 стандартные.

2 вариант

1. Решите уравнение: $30x = A_x^3$
2. Сколькими способами можно расставить 6 томов энциклопедии, чтобы они стояли в беспорядке?
3. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется:
 - а) черным;
 - б) белым.
4. Первенство по футболу оспаривают 20 команд, среди которых 7 лидирующих. Путем жеребьевки команды распределяются на две группы по 10 команд в каждой. Какова вероятность попадания всех лидирующих команд в одну группу?

3 вариант

1. Решите уравнение: $30A_{x-2}^4 = A_x^5$
2. Из 10 кандидатов нужно выбрать 3-х на конференцию. Сколькими способами это можно сделать?
3. Брошена игральная кость. Найти вероятность:
 - а) появления четного числа очков;
 - б) появления не больше трех очков.
4. Восемь различных книг расставляются наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

4 вариант

1. Решите уравнение: $20A_{x-2}^3 = A_x^5$
2. Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг стола?
3. Два стрелка стреляют по одной и той же цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,82, для второго 0,75. Найти вероятность того, что оба стрелка попадут в цель.
4. В ящике имеется 80 стандартных деталей и 20 нестандартных. Из ящика наудачу берут одну за другой две детали. Какова вероятность появления стандартной детали при первом испытании, при втором испытании?

Практическое занятие №16 по теме «Итоговое повторение»

Цели занятия:

- повторение и систематизация материала за два курса обучения;
- сформировать умения выполнять вычисления и преобразования (У1); решать уравнения и неравенства (У2); выполнять действия с функциями (У3); выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (У4); строить и исследовать простейшие математические модели (У5); использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни (У6);

Форма организации занятия –индивидуальная и групповая

1 вариант

1. Решить уравнение: $2 \sin x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$

2. Найдите промежутки убывания функции $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$.

3. Найдите интегралы:

а) $\int \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}$

б) $\int e^x \sqrt{1 + e^x} dx$

4. Наклонные AB и AC составляют с плоскостью углы, соответственно равные 30° и 45° , причем $AB = 4$ см. Найдите расстояние от т. A до плоскости α и длину наклонной AC .

5. Основанием прямой призмы служит треугольник, стороны которого 5 см, 5 см и 6 см; высота призмы равна большей высоте треугольника. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.

6. Решите уравнение: $A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4$.

2 вариант

1. Решить уравнение: $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$

2. Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 5$.

3. Найдите интегралы:

а) $\int \frac{2x dx}{(2x^2 - 1)^2}$

б) $\int \frac{x dx}{4 + x^2}$

4. Конец B отрезка BD лежит в плоскости β . Точка C делит этот отрезок в отношении 3:7 считая от т. B . Через т. C и D проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β в т. C_1 и D_1 . Найдите DD_1 , если $CC_1 = 2,1$ см.

5. Высота конуса равна 6 см, а площадь основания 64π см². Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.

6. Решите уравнение: $30x = A_x^3$.

3 вариант

1. Решить уравнение: $\cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0$

2. Найдите промежутки убывания функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$.

3. Найдите интегралы:

$$a) \int \frac{\sin x dx}{2 - 3 \cos x}$$

$$б) \int \frac{x dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

4. Через стороны BC и AC треугольника ABC проведена плоскость параллельная стороне AB и пересекающая эти стороны соответственно в т. B_1 и A_1 . Найти A_1B_1 , если $AB = 8$ см и $\frac{AA_1}{A_1C} = \frac{5}{3}$.

5. Основанием пирамиды является ромб с диагоналями 12 см и 16 см. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° . Вычислить площадь полной поверхности и объем пирамиды.

6. Решите уравнение: $30A_{x-2}^4 = A_x^5$

4 вариант

1. Решить уравнение: $\sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0$

2. Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 3$.

3. Найдите интегралы:

$$a) \int (x^2 \sin 3x^3) dx$$

$$б) \int \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x^2}}$$

1. Из точки A к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 26 см больше другой. Их проекции равны 12 см и 40 см. Найти длины наклонных.
2. В прямом параллелепипеде, ребра, выходящие из одной вершины, равны 1 м, 2 м и 3 м, причем два меньших из них образуют угол 60° . Вычислите объем параллелепипеда.
3. Решите уравнение: $\frac{x}{A_x^3} = \frac{1}{12}$.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

Основные источники учебных изданий для обучающихся:

1. Учебник Ш.А. Алимов и др. «Алгебра и начала анализа 10-11». Базовый и углубленный уровни. Москва «Просвещение», 2021 г.
2. Учебник Л.С. Атанасян и др. «Геометрия». Базовый и углубленный уровни. Москва «Просвещение», 2021 г.

Дополнительная литература:

Гусев, В. А. Геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 280 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08897-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517007> (дата обращения: 27.04.2023).

Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 362 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15601-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511283> (дата обращения: 27.04.2023)

Математика. Практикум : учебное пособие для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 285 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-03146-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512207> (дата обращения: 27.04.2023).

Электронный ресурс:

Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 755 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16211-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/530620> (дата обращения: 27.04.2023).

Гусев, В. А. Геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 280 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08897-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517007> (дата обращения: 27.04.2023).

Кучер, Т. П. Математика. Тесты : учебное пособие для среднего профессионального образования / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 541 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10555-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512933> (дата обращения: 27.04.2023).

Электронная база данных для создания тематических и итоговых разноуровневых тренировочных и проверочных материалов для организации фронтальной и индивидуальной работы.

Инструментальная среда по математике.