

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«КОЛЛЕДЖ «КРАСНОСЕЛЬСКИЙ»**

РАССМОТРЕНО И ПРИНЯТО
на заседании Педагогического Совета
СПб ГБПОУ «Колледж «Красносельский»

Протокол № 9 от 25.06 2020 г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор СПб ГБПОУ
«Колледж «Красносельский»

Г.И. Софина
2020 г.

Приказ № 10 от 25.06 2020 г.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01CD507400BVB02FAC49F694BA10A42772
Владелец: Софина Галина Ивановна
Действителен: с 25.09.2023 до 25.12.2024

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Одп.11 Математика

программы подготовки специалистов среднего звена

по специальности

43.02.13 Технология парикмахерского искусства

Санкт-Петербург

2020 г.

Содержание

	Стр.
1. Паспорт контрольно- оценочных средств	4
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке	9
2.1 Знания и умения, подлежащие проверке	9
2.2 Формы текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине	10
3. Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины	12
3.1 Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины математика (текущий контроль)	12
4. Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине (экзамен)	25
4.1 Паспорт	25
4.2 Задания для экзаменуемого	30
4.3 Критерии оценки результата	31

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

1.1. Область применения

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины (далее УД) математика основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по специальности **43.02.13 Технология парикмахерского искусства**

Комплект контрольно-оценочных средств позволяет оценивать:

1.1.1. Освоение умений и усвоение знаний:

Освоенные умения, усвоенные знания	Показатели оценки результата	№ заданий для проверки
1	2	3
<p>Уметь</p> <p>У.1. Выполнять вычисления и преобразования:</p> <ul style="list-style-type: none">– выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.– вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.– Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.	<p>Применяет устные и письменные приемы при вычислении арифметических действий</p> <p>Применяет определения и свойства степени, логарифма, тригонометрических формул для вычисления и преобразования числовых, логарифмических, тригонометрических выражений</p>	<p>Оценка результатов выполнения КР№ 1-4; ПР№ 1-5; экзамен</p>
<p>У.2. Решать уравнения и неравенства</p> <ul style="list-style-type: none">– Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.– Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков, использовать для приближённого решения уравнений и неравенств графический метод.– Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.	<p>Применяет формулы дискриминанта, корней квадратного уравнения для решения уравнений.</p> <p>Применяет свойства корня, логарифма, тригонометрические формулы для решения уравнений и неравенств.</p> <p>Применяет графический метод решения уравнений.</p> <p>Применяет методику составления уравнений при решении задач.</p>	<p>Оценка результатов выполнения КР№ 1-4; 7; ПР№ 1-5; 8; экзамен</p>

<p>У.3. Выполнять действия с функциями</p> <ul style="list-style-type: none"> – определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции, описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения, строить графики изученных функций. – Вычислять производные и первообразные элементарных функций. – Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции. 	<p>Применяет методы вычисления для нахождения значений функций.</p> <p>Применяет схему исследования функций для определения свойств функций.</p> <p>Применяет методику построения и исследования графиков функций.</p> <p>Применяет определения степенной, логарифмической, показательной функций для описания и анализа зависимостей величин.</p> <p>Применяет схему исследования функций с помощью производной.</p> <p>Применяет алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения при решении задач.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р. № 8-10 П.Р. №9-11; экзамен</p>
<p>У.4. Выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами</p> <ul style="list-style-type: none"> – Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) – Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов) – Определять координаты точки, проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты векторов, угол между векторами 	<p>Применяет определения многогранников, тел вращения и их свойства для выполнения чертежей, построения сечений;</p> <p>Применяет формулы объемов, площадей поверхностей при решении задач;</p> <p>Использует планиметрические факты при решении стереометрических задач</p> <p>Применяет формулу Ньютона-Лейбница для вычисления площадей фигур ограниченных линиями.</p> <p>Применяет формулу для вычисления объемов тел.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р.№5, 11-12 П.Р. № 6; 12-13; экзамен</p>
<p>У.5. Строить и исследовать простейшие математические модели</p> <ul style="list-style-type: none"> – Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи – Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать простейшие модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин 	<p>Переводит условие задачи на язык алгебры</p> <p>Использует язык стереометрии и метод координат для решения практических задач</p> <p>Применяет комбинаторные методы при решении задач.</p>	<p>Оценка результатов выполнения П.Р. № 6; 12-15; экзамен</p>

<ul style="list-style-type: none"> – Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения – Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятность событий 		
<p>У.6. Использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни</p> <ul style="list-style-type: none"> -Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера , осуществлять практические расчёты по формулам -Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики, извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах - Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшее значение, нахождение скорости и ускорения 	<p>Применяет формулы сочетания, размещения, перестановки при решении задач. Применяет формулы производных и правила дифференцирования для решения физических задач и задач на оптимизацию</p>	<p>Оценка результатов выполнения П.Р №9-15, экзамен</p>
<p>Знать</p> <p>3.1.</p> <ul style="list-style-type: none"> – значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; – вероятностный характер различных процессов окружающего мира 	<p>Правильно выбирает методику для решения задач различных процессов окружающего мира</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р.,№ 1-13; экзамен</p>
<p>3.2.</p> <ul style="list-style-type: none"> – широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе 	<p>Правильно применяет математические методы для решения задач различных процессов окружающего мира.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р.,№ 1-13; экзамен</p>
<p>3.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> – значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки 	<p>Применяет теоретические знания на практике</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р.,№ 1-13; экзамен</p>

<p>3.4.</p> <p>– историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии</p>	<p>Знает определения натуральных, рациональных, иррациональных чисел.</p> <p>Знает историю математики и возникновения геометрии</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р., № 1-13</p>
<p>3.5.</p> <p>– универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности</p>	<p>Знает законы логики и применяет их на практике.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р. 8 экзамен</p>

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1 Знания и умения, подлежащие проверке

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
У 1 - У 6	тестирование, защита рефератов и докладов, выполнение контрольных, практических работ	экзамен
З 1 – З 5	тестирование, защита рефератов и докладов, выполнение контрольных, практических работ	

2.2 Формы текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Таблица 2

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам, темам)

Элемент учебной дисциплины	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые У, З	Форма контроля	Проверяемые У, З
Раздел 1 Тема 1.1 Повторение	Практическая работа №1 Контрольная работа №1	У1, У2 З1-З5	Экзамен	У1, У2, ОК 2- ОК 4
Раздел 1 Тема 1.2 Действительные числа	Устный опрос Практическая работа №2	У1 З 1- 35 ОК 2- ОК 7	Экзамен	У1, ОК 2- ОК 7
Раздел 1 Тема 1.3 Степенная функция	Устный опрос Практическая работа №3 Контрольная работа №2	У1, У2, У3 З 1- 34 ОК 2- ОК 7	Экзамен	У1, У2, У3, ОК 2- ОК 7
Раздел 1 Тема 1.4 Показательная функция	Устный опрос Практическая работа №4 Контрольная работа №3	У1, У2, У3, У6 З 1- 34 ОК 2- ОК 7	Экзамен	У1, У2, У3, У 6 ОК 2- ОК 7
Раздел 1 Тема 1.5 Логарифмическая функция	Устный опрос Практическая работа №5 Контрольная работа №4	У1, У2, У3, У6 З 1- 34 ОК 2- ОК 7	Экзамен	У1, У2, У3, У6 ОК 2- ОК 7
Раздел 2 Тема 2.1 Параллельность прямых и плоскостей Тема 2.2 Перпендикулярность прямых и плоскостей	Устный и письменный опрос Практическая работа №6 Контрольная работа №5	У 4, У5 З 1- 34 ОК 2- ОК 7	Экзамен	У4, У5, ОК 2- ОК 7
Раздел 3 Тема 3.1	Устный и письменный	У1, У5	Экзамен	У1, У5

Тригонометрические формулы	опрос Практическая работа №7 Контрольная работа №6	3 1- 35 ОК 2- ОК 7		ОК 2- ОК 7
Раздел 3 Тема 3.2 Тригонометрические уравнения и неравенства	Устный и письменный опрос Практическая работа №8 Контрольная работа №7	У2, У5, У6 3 1- 35 ОК 2- ОК 9	Экзамен	У2, У5, У6 ОК 2- ОК 9
Раздел 3 Тема 3.3 Тригонометрические функции	Устный и письменный опрос	У3, У5, У6 3 1- 35 ОК 2- ОК 9	Экзамен	У3, У5, У6 ОК 2- ОК 9
Раздел 4 Тема 4.1 Функции, их свойства и графики	Устный и письменный опрос Практическая работа №9 Контрольная работа №8	У1, У2, У3, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У1, У2, У3, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 4 Тема 4.2 Производная и её геометрический смысл	Устный и письменный опрос Практическая работа №10 Контрольная работа №9	У1, У3 3 1- 35 ОК 2- ОК 7	Экзамен	У1, У3 ОК 2- ОК 7
Раздел 4 Тема 4.3 Применение производной к исследованию функций	Устный и письменный опрос Практическая работа №11 Контрольная работа №10	У1, У2, У3, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У1, У2, У3, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 5 Тема 5.1 Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Скалярное произведение векторов	Устный и письменный опрос Практическая работа №12 Контрольная работа №11	У4, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У4, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 5 Тема 5.2 Многогранники	Устный и письменный опрос	У4, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У4, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 5 Тема 5.3 Тела вращения	Устный и письменный опрос Практическая работа №13 Контрольная работа №12	У4, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У4, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 6 Интеграл	Устный и письменный опрос Практическая работа №14 Контрольная работа №13	У1, У2, У3, У4, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У1, У2, У3, У4, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 7 Измерения в геометрии	Устный и письменный опрос	У1, У4, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У1, У4, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 8 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Устный и письменный опрос Практическая работа №15	У1, У5, У6 3 1- 35 ОК 1- ОК 9	Экзамен	У1, У5, У6 ОК 1- ОК 9
Раздел 9 Итоговое повторение	Устный и письменный опрос	У1-У6 31-35	Экзамен	У1-У6 31-35

	Практическая работа №16 Итоговая контрольная работа	ОК1-ОК9		ОК1-ОК9
--	---	---------	--	---------

3.Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины

Общее положение

Основной целью оценки курса учебной дисциплины математика является оценка освоения умений и усвоения знаний.

Оценка курса учебной дисциплины математика осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля: устный опрос, оценивание результатов практической работы, оценивание результатов внеаудиторной самостоятельной работы; контрольные работы по разделам, экзамен

Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины математика (текущий контроль)

Критерии оценивания работ

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
86-100	5	отлично
66-85	4	хорошо
50-65	3	удовлетворительно
менее 50	2	неудовлетворительно

1 Курс

Контрольная работа №1 по теме «Повторение»

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 8$. Найдите с помощью графика:
 - Значение y при $x = -1,5$
 - Значение x , при которых $y = 3$
 - Нули функции, промежутки, в которых $y > 0$ и $y < 0$
 - Промежуток, в котором функция возрастает
2. Разложите на множители $3x^2 + 7x - 6$
3. Решите неравенство графически $2x^2 - 13x + 6 < 0$
4. Решите неравенство методом интервалов $\frac{x-5}{x+7} < 0$

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = x^2 - 4x - 5$. Найдите с помощью графика:
 - Значение y при $x = 0,5$
 - Значение x , при которых $y = 3$
 - Нули функции, промежутки, в которых $y > 0$ и $y < 0$
 - Промежуток, в котором функция возрастает
2. Разложите на множители $5x^2 + 9x - 2$
3. Решите неравенство графически $2x^2 - x - 15 < 0$
4. Решите неравенство методом интервалов $\frac{x+3}{x-8} > 0$

Контрольная работа №2 по теме «Степенная функция»

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{4 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-5}$
 - Выясните, на каких промежутках функция убывает

- Сравните числа $(\frac{1}{7})^{-5}$ и 1; $(3,2)^{-5}$ и $(3\sqrt{2})^{-5}$
- 3. Решите уравнение:
 - $\sqrt{1-x} = 3$;
 - $\sqrt{2+x} = \sqrt{3-x}$
 - $\sqrt{1-x} = x + 1$

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = (x^2 - 9)^{-1/3}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-6}$
 - Выясните, на каких промежутках функция возрастает
 - Сравните числа $(1/3)^{-6}$ и $(1/\sqrt{2})^{-6}$; $(4,2)^{-6}$ и 1
3. Решите уравнение:
 - $\sqrt{x-2} = 4$;
 - $\sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}$
 - $\sqrt{x+1} = 1-x$

Контрольная работа №3 по теме «Показательная функция»

Вариант 1

1. Решите уравнение
 - $(\frac{1}{5})^{2-3x} = 25$
 - $4^x + 2^x - 20 = 0$
 - $7^{x-1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$
2. Решите неравенство
 - $(\frac{3}{4})^x < 4/3$
 - $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$
 - $(\frac{2}{13})^{x^2-1} \leq 1$
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 4 \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}$

Вариант 2

1. Решите уравнение
 - $(0,1)^{2x-3} = 10$
 - $9^x + 7 \cdot 3^x - 18 = 0$
 - $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$
2. Решите неравенство
 - $(\frac{6}{5})^x < 5/6$
 - $(\sqrt{3})^{x-6} > \frac{1}{9}$
 - $(\frac{9}{7})^{x^2-4} \leq 1$
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases}$

Контрольная работа №4 по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 1

1. Вычислите
 - $\text{Iog}_{\frac{1}{2}} 16$
 - $5^{1+\text{Iog}_{1/5} 3}$
 - $\text{Iog}_3 135 - \text{Iog}_3 20 + 2 \text{Iog}_3 2$

2. Сравните числа $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$
3. Решите уравнение
 - $\log_5 (2x-1) = 2$
 - $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$
4. Решите неравенство
 - $\log_{\frac{1}{3}} (x-5) > 1$
 - $\log_{\frac{1}{6}} (10-x) + \log_{\frac{1}{6}} (x-3) \geq -1$
 - $\log^2_3 x - 2 \log_3 x < 3$

Вариант 2

1. Вычислите
 - $\log_3 \frac{1}{27}$
 - $(\frac{1}{3})^{2 \log_{\frac{1}{3}} 7}$
 - $\log_2 56 - 2 \log_2 12 + \log_2 63$
2. Сравните числа $\log_{0,9} \frac{3}{2}$ и $\log_{0,9} \frac{3}{4}$
3. Решите уравнение
 - $\log_4 (2x + 3) = 3$
 - $\log_9 x + \log_{\sqrt{3}} x = 10$
4. Решите неравенство
 - $\log_5 (x-3) < 2$
 - $\log_{\frac{1}{6}} (10-x) + \log_{\frac{1}{6}} (x-3) \geq -1$
 - $\log^2_2 x - 3 \log_2 x < 4$

Контрольная работа №5 по теме «Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей»

Вариант 1

1. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC. Точка E лежит на стороне AB, а точка F - на стороне BC, причем EF параллельна плоскости ADC, точка P - середина AD, а точка K - середина DC.
 - Докажите, что EF параллельна PK.
 - Каково взаимное расположение прямых PK и AB? Чему равен угол между этими прямыми, если угол ABC=40° и угол BCA=80°?
2. В треугольнике ABC AC=CB=10 см, угол A=30°, BK - перпендикуляр к плоскости треугольника, равный $5\sqrt{6}$ см. Найдите расстояние от точки K до AC.

Вариант 2

1. Треугольники ABC и DCE лежат в разных плоскостях и имеют общую вершину C, AB параллельна DE.
 - Постройте линию пересечения плоскостей ABC и DCE. Поясните.
 - Каково взаимное расположение прямых AB и DF, где точка F лежит на стороне CE? Чему равен угол между этими прямыми, если угол FED=60° и угол DFE=100°? Поясните.
2. Через сторону AC треугольника ABC проведена плоскость α , удалённая от вершины B на расстояние, равное 4 см, AC=BC=8 см, угол ABC =22,5°. Найдите угол между плоскостями ABC и α .

Контрольная работа №6 по теме «Тригонометрические формулы»

Вариант 1

1. Вычислите а) $\cos 765^\circ$ б) $\sin \frac{19\pi}{6}$

- Вычислите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $-6\pi < \alpha < -5\pi$
- Упростите выражение $\frac{(\cos(3\pi/2 + \alpha) + \cos(\pi - \alpha))}{1 + 2 \cos(-\alpha) \cdot \sin(-\alpha)}$
- Решите уравнение $\sin(\pi/2 - 3x) \cdot \cos 2x - \cos(3\pi/2 - 2x) \cdot \sin 3x = 1$

Вариант 2

- Вычислите а) $\cos 780^\circ$ б) $\sin \frac{13\pi}{6}$
- Вычислите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \alpha < 3\pi/2$
- Упростите выражение $\frac{(\sin(-\alpha) + \cos(\pi - \alpha))}{1 + 2 \cos(\pi/2 - \alpha) \cdot \cos(-\alpha)}$
- Решите уравнение $\cos(3\pi/2 + x) \cdot \cos 3x - \cos(\pi - x) \cdot \sin 3x = -1$

Контрольная работа №7 по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Вариант 1

- Решите уравнение
 - $\sqrt{2} \cdot \cos x - 1 = 0$
 - $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$
- Найдите все решения уравнения $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$
- Решите уравнение
 - $3 \cdot \cos x - \cos^2 x = 0$
 - $6 \cdot \sin^2 x - \sin x = 1$

Вариант 2

- Решите уравнение
 - $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$
 - $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$
- Найдите все решения уравнения $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 4\pi]$
- Решите уравнение
 - $\sin^2 x - \sin x = 0$
 - $10 \cdot \cos^2 x + 3 \cos x = 1$

Контрольная работа №8 по теме «Функции, их свойства и графики»

Вариант 1

Постройте график функции по таблице и исследуйте его по алгоритму.

x	-6	-4	-3	-2	0	2	4	6
y	2	0	-5	0	3	4	0	-2

Решите на графике уравнение $f(x) = -2$ и неравенство $f(x) \leq -2$

Вариант 2

Постройте график функции по таблице и исследуйте его по алгоритму.

x	-6	-4	-3	-2	0	2	4	6
y	-2	0	5	0	-3	-4	0	2

Решите на графике уравнение $f(x) = 2$ и неравенство $f(x) \geq 2$

Контрольная работа №9 по теме «Производная и её геометрический смысл»

Вариант 1

- Найдите производную функции:
 $3x^2 - \frac{1}{x^3}$; $(\frac{x}{3} + 7)^6$; $e^x \cdot \cos x$; $\frac{2^x}{\sin x}$.
- Найдите значение производной функции $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = 8$.
- Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$.

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

$$2x^3 - \frac{1}{x^2}; \quad (4 - 3x)^6; \quad e^x \cdot \sin x; \quad \frac{3^x}{\cos x}.$$

2. Найдите значение производной функции $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = \frac{1}{4}$.

3. Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$.

Контрольная работа №10 по теме «Применение производной к исследованию функций»

Вариант 1

1. Найдите стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.

2. Найдите экстремумы функции:

- $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$

- $f(x) = e^x \cdot (2x - 3)$.

3. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.

Вариант 2

Найдите стационарные точки функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.

Найдите экстремумы функции:

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$$

$$f(x) = e^x \cdot (5 - 4x).$$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$.

Контрольная работа №11 по теме «Векторы в пространстве»

Вариант 1

1. Какой угол образуют единичные векторы \vec{a} и \vec{b} , если известно, что векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $5\vec{a} - 4\vec{b}$ взаимно перпендикулярны?

2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ длина ребра равна 1. M – центр грани $DD_1 C_1 C$. Используя метод координат, найдите:

- угол между прямыми AM и $B_1 D$
- расстояние между серединами отрезков AM и $B_1 D$.

3. Даны две точки: A , лежащая на оси ординат, и $B(1; 0; 1)$. Прямая AB составляет с плоскостью Oxz угол в 30° . Найдите координаты точки A .

4. Найдите координаты вектора \vec{a} , коллинеарного вектору $\vec{b}\{6; 8; -7,5\}$ и образующего тупой угол с координатным вектором \vec{j} , если $|\vec{a}|=50$.

Вариант 2

1. Даны точки $A(-1; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 0)$ и $D(2; 1; 2)$. Найдите:

- угол между векторами \vec{AB} и \vec{CD} ;
- расстояние между серединами отрезков AB и CD .

2. Основанием прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ служит равнобедренный треугольник ABC , угол $ACB=120^\circ$, $AC=CB=BB_1$. Используя векторы, найдите угол между прямыми AB и CB_1 .

3. Даны две точки: A , лежащая в плоскости xOy , и $B(1; 1; 1)$, причём абсцисса точки A равна её ординате. Прямая AB составляет с плоскостью zOy угол в 30° . Найдите координаты точки A .

4. Даны векторы $\vec{a}\{7; 0; 0\}$ и $\vec{b}\{0; 0; 3\}$. Найдите множество точек M , для каждой из которых выполняются условия $\vec{OM} \cdot \vec{a}=0$ и $\vec{OM} \cdot \vec{b}=0$, где O – начало координат.

Контрольная работа №12 по теме «Тела вращения»

Вариант 1

1. Прямоугольная трапеция с углом 45° вращается вокруг прямой, содержащей большее основание. Найдите площадь поверхности тела вращения. Если основания трапеции равны 3 и 5.

- В шар радиуса R вписан конус, у которого образующая составляет с плоскостью основания угол φ .
 - Найдите площадь боковой поверхности конуса.
 - Если $\varphi = 30^\circ$, то найдите наибольшую возможную площадь сечения, проходящего через вершину конуса.
- Сфера, заданная уравнением $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$, пересекает оси координат в точках A , B и C . A – точка пересечения с осью Ox , B - с осью Oy , C - с осью Oz (координаты этих точек положительны). Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью $z=0$.

Вариант 2

- В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 90° . Диагональ сечения равна 10 и удалена от оси на расстояние, равное 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
- В правильной треугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом в 60° . В эту пирамиду вписан шар радиуса R .
 - Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- Из точки $M(-7; 3; -4)$ проведена касательная к сфере, заданной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 27 = 0$. Найдите длину касательной от точки M до точки касания.

Контрольная работа №13 по теме «Интеграл»

Вариант 1

- Найдите все первообразные функции $f(x) = 3x^2 - 4x + x^5 - 2$
- Найдите первообразную функции $f(x) = 3x - 5$, график которой проходит через точку $(4; 10)$
- Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции $f(x) = x^2 - 6x + 9$ и прямой $x = 2$.

Вариант 2

- Найдите все первообразные функции $f(x) = 5x^2 - 2x + x^7 - 3$
- Найдите первообразную функции $f(x) = 5x + x^2$, график которой проходит через точку $(0; 3)$
- Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции $f(x) = x^2 - 8x + 16$ и прямой $x = 2$.

Итоговая контрольная работа

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«2» (неудовлетворительно)	менее 9
«3» (удовлетворительно)	9-14
«4» (хорошо)	15-20 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	21-30 (не менее двух заданий из дополнительной части)

Вариант 1

Обязательная часть.

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.

- (1 б) Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число тетрадей можно будет купить на 950 рублей после понижения цены на 25%?

2. (1 б) Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3-х человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?

3. (1 б) Проходит ли график функции $y = -2x^3$ через точки:

- а) А (0; -2) б) В (-1; 2)

4. (1 б) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{2}}$$

5. (1 б) Найдите значение $\cos \alpha$, если

$$\sin \alpha = -\frac{1}{2} \text{ и } \alpha \in III \text{ ч}$$

6. (1 б) Решите уравнение

$$\log_2(-1-x) = 2$$

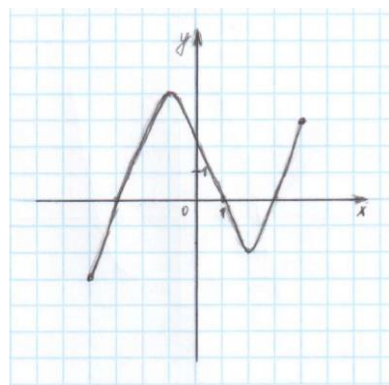
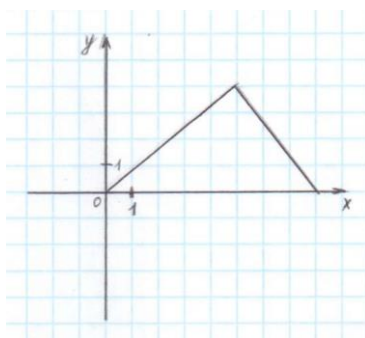
7. (1 б) Даны векторы $\vec{a}\{-8;2;0\}$ и координаты $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

$\vec{b}\{5;2;-1\}$. Найдите

8. (1 б) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{x-11} = \frac{1}{36}$$

9. Дорисуйте график нечётной функции



В заданиях 10-12, используя график функции $y = f(x)$ (см. ниже), определите и запишите ответ.

10. (1 б) Наибольшее и наименьшее значения функции.

11. (1 б) При каких значениях x $f(x) \leq 0$?

12. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 б) Из точки А к плоскости круга проведён перпендикуляр длиной 4 см, радиус круга 3 см. Найдите расстояние от точки А до точки на окружности.

14. (1 б) Точка движется по прямой со скоростью $g(t) = 3t^2 - 4t$. Определите ускорение точки в момент времени $t = 2$ с.

15. (1 б) Найдите область определения функции $y = x - 5$.

16. (1 б) Решите уравнение $\sqrt{14 + 5x} = 7$

17. (1 б) Решите уравнение $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

18. (1 б) В осевом сечении цилиндра получился квадрат площадью 4 см^2 . Найдите площадь основания цилиндра.

Дополнительная часть.

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.

19. (3 б) Найдите промежутки убывания функции $f(x) = x^4 + 8x^2 - 3$

20. (3 б) Длина высоты цилиндра на 10 см больше длины радиуса основания цилиндра, а площадь полной поверхности цилиндра равна $144\pi \text{ см}^2$. Найдите объём цилиндра.

21. (3 б) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_7 y = 1 - \log_7 x \end{cases}$$

22. (3 б) Найдите решение уравнения $\cos 2x + 2\cos^2 x - \sin 2x = 0$

Вариант 2
Обязательная часть.

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.

1. (1 б) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

2. (1 б) Сколькими способами можно расставить 6 томов энциклопедии, чтобы они стояли в беспорядке?

3. (1 б) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $f(x) = \sin x$

A $\left(\frac{\pi}{6}; -\frac{1}{2}\right)$

B $\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$

C (0; -1)

D $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$

4. (1 б) Вычислите значение выражения $\left(\frac{64}{125}\right)^{\frac{1}{3}} - \sqrt[4]{\frac{81}{625}}$

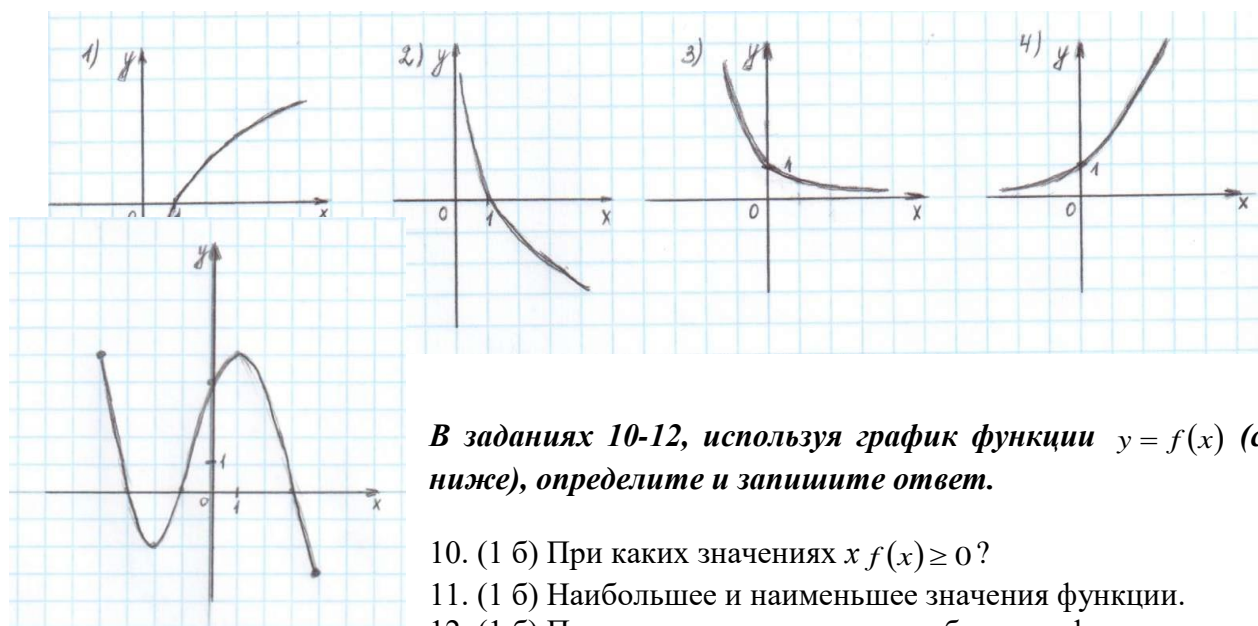
5. (1 б) Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in I$ ч.

6. (1 б) Решите уравнение $\log_3(2x+1) = \log_3 5 + \log_3 8$

7. (1 б) Даны векторы $\vec{a}\{3;0;-2\}$ и $\vec{b}\{-1;5;2\}$. Найдите координаты $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

8. (1 б) Решите уравнение $3^{5x+1} = 9^{2x}$

9. Укажите график функции, заданной формулой $y = 0,5^x$



В заданиях 10-12, используя график функции $y = f(x)$ (см. ниже), определите и запишите ответ.

10. (1 б) При каких значениях x $f(x) \geq 0$?

11. (1 б) Наибольшее и наименьшее значения функции.

12. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 б) От электрического столба высотой 5,8 м к дому, высота которого 3,9 м, натянута кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между домом и столбом 3,4 м.

14. (1 б) Тело движется по прямой так, что расстояние S начальной точкой изменяется по закону $S(t) = 5t - 0,5t^2$, где t – время движения в секундах. Найдите скорость через 2 секунды после начала движения.

15. (1 б) Найдите область определения функции $y = \log_5(x-5)$

16. (1 б) Решите уравнение $\frac{1}{3}\sqrt{x+2} = 9$

17. (1 б) Решите уравнение $\cos^2 x + \cos x = -\sin^2 x$

18. (1 б) Высота конуса равна 12 см, радиус основания равен 5 см. вычислить длину образующей конуса.

Дополнительная часть.

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.

19. (3 б) Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3x$

20. (3 б) Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 12 см, противолежащей ему угол 60° . Каждое боковое ребро 13 см. Найдите объём пирамиды.

21. (3 б) Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_2 x = 1 - \log_{12} y \end{cases}$

22. (3 б) Решите уравнение $1 - \cos 4x = \sin 2x$

Вариант 3

Обязательная часть.

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.

1. (1 б) 1 метр ситца стоил 80 рублей. Сколько можно купить ткани на 1000 рублей, если администрация магазина в честь праздника сделала скидку 10%?

2. (1 б) Из 10 кандидатов нужно выбрать 3-х на конференцию. Сколькими способами это можно сделать?

3. (1 б) Проходит ли график функции $y = -2x^2$ через точки:

- а) А (0,5; -0,5) б) В (-1,5; 1,1)

4. (1 б) вычислите значение выражения $8^{\frac{8}{9}} \cdot 64^{\frac{1}{18}}$

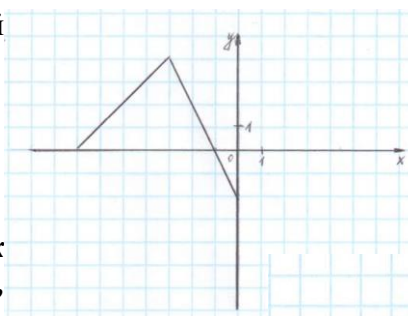
5. (1 б) Найдите значение $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\alpha \in \Pi$ ч

6. (1 б) Решите уравнение $\log_2(4-x) = 2$

7. (1 б) Даны векторы $\vec{a}\{5;-1;2\}$ и $\vec{b}\{3;2;-4\}$. Найдите координаты $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

8. (1 б) Решите уравнение $4^x \cdot 2^x = 64$

9. (1 б) Дорисуйте график четной функции



В заданиях 10-12, используя график функции $y = f(x)$ (см. ниже), определите и запишите ответ.

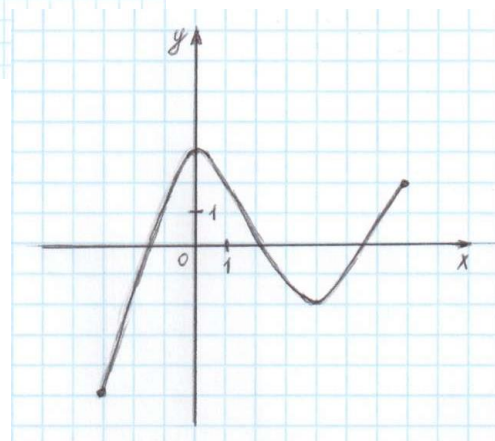
10. (1 б) Наибольшее и наименьшее значения функции.

11. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.

12. (1 б) При каких значениях x $f(x) \leq 0$

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 б) Сторона квадрата равна 4 см. Точка, равноудаленная от всех вершин квадрата, находится на расстоянии 6 см от точки пересечения его диагоналей.



Найдите расстояние от этой точки до вершин квадрата.

14. (1 б) Материальная точка движется по прямой со скоростью $g(t) = 6t^2 - 10t$ (g , м/с; t , с).
Найдите ускорение точки в момент времени $t = 3$ с.

15. (1 б) Найдите область определения функции $y = \sqrt{x-5}$.

16. (1 б) Решите уравнение $\sqrt[3]{x+1} = 2$

17. (1 б) Решите уравнение $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

18. (1 б) Высота цилиндра 10 см, а радиус основания 1 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

Дополнительная часть.

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.

19. (3 б) Найдите промежутки убывания функции $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$

20. (3 б) Площадь осевого сечения конуса равна 216 см^2 , диаметр основания 24 см.
Определить площадь боковой поверхности конуса.

21. (3 б) Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 4y = 16 \\ \log_7 y - \log_7 4 = \log_7(x+1) \end{cases}$

22. (3 б) Найдите решение уравнения $3\cos^2 x + 4\sin x \cos x + 5\sin^2 x = 2$

Вариант 4

Обязательная часть.

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.

1. (1 б) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %.

2. (1 б) Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг стола?

3. (1 б) Определите какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $f(x) = \cos x$

A $\left(\frac{\pi}{3}; -\frac{1}{2}\right)$ B $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ C (0; -1) D $\left(\frac{\pi}{4}; -1\right)$

4. (1 б) Найдите значение выражения $4^{\sqrt{6}+10} \cdot 4^{-6-\sqrt{6}}$

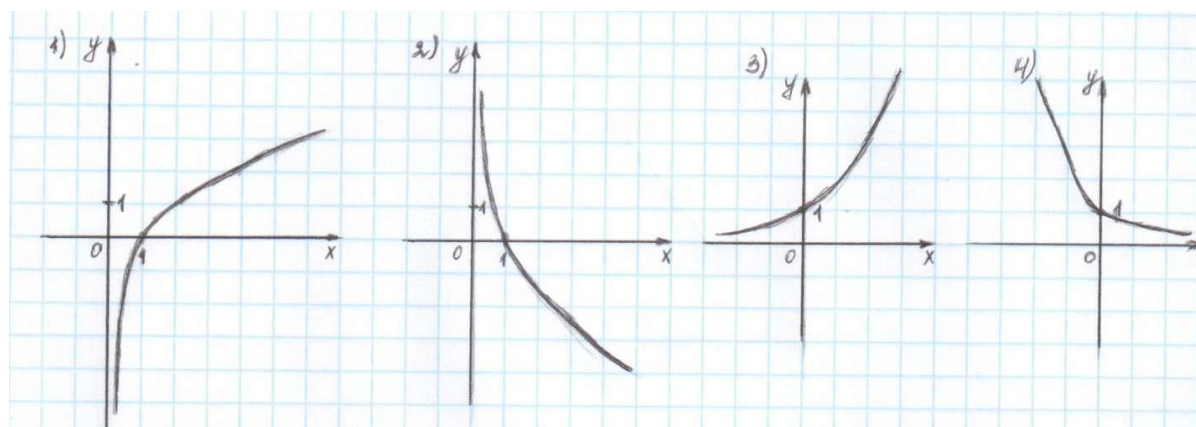
5. (1 б) Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ и $\alpha \in IV$ ч

6. (1 б) Решите уравнение $\log_5(5-5x) = 2\log_5 2$

7. (1 б) Даны векторы $\vec{a}\{1; -3; 4\}$ и $\vec{b}\{-2; 0; 6\}$. Найдите координаты $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

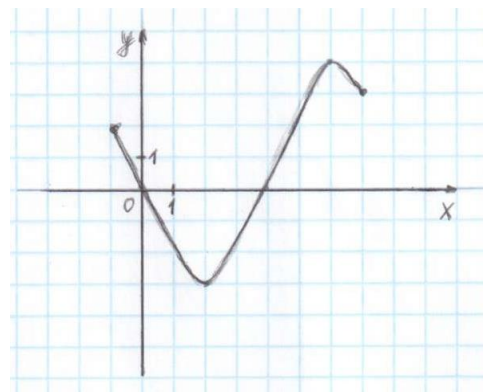
8. (1 б) Решите уравнение $3^{2-2x} = 81$

9. (1 б) Укажите график функции, заданной формулой $y = \log_2 x$



В заданиях 10-12, используя график функции $y = f(x)$ (см. ниже), определите и запишите ответ.

10. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.
11. (1 б) Наибольшее и наименьшее значение функции.
12. (1 б) При каких значениях x $f(x) \geq 0$



При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 б) Наклонная АВ составляет с плоскостью α угол в 30° , причём $AB=4$ см. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из точки А на плоскость α .
14. (1 б) Тело движется по закону $S(t) = t^2 - 4t + 3$. Определите в какой момент времени тело остановится?
15. (1 б) Найдите область определения функции $y = \frac{5}{x-5}$

16. (1 б) Решите уравнение $\sqrt{9-x^2} = 0$

17. (1 б) Решите уравнение $2tgx = 2$

18. (1 б) Радиус шара равен 50 см. Найдите длину окружности и площадь сечения, находящегося на расстоянии 48 см от центра.

Дополнительная часть.

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.

19. (3 б) Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$
20. (3 б) Стороны основания прямого параллелепипеда 6 см и 4 см, угол между ними равен 60° . Диагональ большей грани равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
21. (3 б) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 y = 3 - \log_2 x \end{cases}$$
22. (3 б) Найдите решение уравнения $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$

4. Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине (экзамен)

4.1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины Математика

Форма промежуточной аттестации (в соответствии с учебным планом) – письменный экзамен.

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержит задания минимально обязательного уровня, а дополнительная часть – более сложные задания. При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ, и только в нескольких заданиях достаточно представить ответ.

При выполнении любого задания дополнительной части описывается ход решения и дается ответ.

Правильное выполнение заданий оценивается баллами.

Правильное выполнение любого задания обязательной части оценивается 1 баллом, правильное выполнение каждого задания дополнительной части – тремя баллами. Баллы указываются в скобках около номера задания.

Если приводится неверный ответ или ответ отсутствует, ставится 0 баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются

Элементы содержания программы, проверяемые заданиями экзаменационной работы

1 Алгебра

Числа, корни и степени

- 1.1 Целые числа
- 1.2 Степень с натуральным показателем
- 1.3 Дроби, проценты, рациональные числа
- 1.4 Степень с целым показателем
- 1.5 Корень степени $n > 1$ и его свойства
- 1.6 Степень с рациональным показателем и её свойства
- 1.7 Свойства степени с действительным показателем

Основы тригонометрии

- 2.1 Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- 2.2 Радианная мера угла
- 2.3 Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- 2.4 Основные тригонометрические тождества
- 2.5 Формулы приведения
- 2.6 Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- 2.7 Синус и косинус двойного угла

Логарифмы

- 3.1 Логарифм числа
- 3.2 Логарифм произведения, частного, степени
- 3.3 Десятичный и натуральный логарифмы, число e

Преобразования выражений

- 4.1 Преобразования выражений, включающих арифметические операции
- 4.2 Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
- 4.3 Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
- 4.4 Преобразования тригонометрических выражений
- 4.5 Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
- 4.6 Модуль (абсолютная величина) числа

II Уравнения и неравенства

Уравнения

- 1.1 Квадратные уравнения
- 1.2 Рациональные уравнения
- 1.3 Иррациональные уравнения
- 1.4 Тригонометрические уравнения
- 1.5 Показательные уравнения
- 1.6 Логарифмические уравнения
- 1.7 Равносильность уравнений, систем уравнений
- 1.8 Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- 1.9 Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 1.10 Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- 1.11 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- 1.12 Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений

Неравенства

- 2.1 Квадратные неравенства
- 2.2 Рациональные неравенства
- 2.3 Показательные неравенства
- 2.4 Логарифмические неравенства
- 2.5 Системы линейных неравенств
- 2.6 Системы неравенств с одной переменной
- 2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств
- 2.8 Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- 2.9 Метод интервалов
- 2.10 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

III Функции

Определение и график функции

- 1.1 Функция, область определения функции
- 1.2 Множество значений функции
- 1.3 График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- 1.4 Обратная функция. График обратной функции
- 1.5 Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

Элементарное исследование функций

- 2.1 Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
- 2.2 Чётность и нечётность функции
- 2.3 Периодичность функции
- 2.4 Ограниченность функции
- 2.5 Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- 2.6 Наибольшее и наименьшее значения функции

Основные элементарные функции

- 3.1 Линейная функция, её график
- 3.2 Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
- 3.3 Квадратичная функция, её график
- 3.4 Степенная функция с натуральным показателем, её график
- 3.5 Тригонометрические функции, их графики
- 3.6 Показательная функция, её график
- 3.7 Логарифмическая функция, её график

IV Начала математического анализа

Производная

- 1.1 Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- 1.2 Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- 1.3 Уравнение касательной к графику функции
- 1.4 Производные суммы, разности, произведения, частного
- 1.5 Производные основных элементарных функций
- 1.6 Вторая производная и её физический смысл

Исследование функций

- 2.1 Применение производной к исследованию функций и построению графиков
- 2.2 Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

Первообразная и интеграл

- 3.1 Первообразные элементарных функций

3.2 Примеры применения интеграла в физике и геометрии

V Геометрия

Планиметрия

1.1 Треугольник

1.2 Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат

1.3 Трапеция

1.4 Окружность и круг

1.5 Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника

1.6 Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

1.7 Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника

Прямые и плоскости в пространстве

2.1 Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых

2.2 Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства

2.3 Параллельность плоскостей, признаки и свойства

2.4 Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах

2.5 Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства

2.6 Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

Многогранники

3.1 Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма

3.2 Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде

3.3 Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида

3.4 Сечения куба, призмы, пирамиды

3.5 Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

Тела и поверхности вращения

4.1 Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

4.2 Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

4.3 Шар и сфера, их сечения

Измерение геометрических величин

5.1 Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

5.2 Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями

5.3 Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника

5.4 Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями

5.5 Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

5.6 Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

5.7 Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

Координаты и векторы

6.1 Декартовы координаты на плоскости и в пространстве

6.2 Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

6.3 Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число

6.4 Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

- 6.5 Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам
6.6 Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

VI Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

- 1.1 Поочередный и одновременный выбор
1.2 Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

Элементы статистики

- 2.1 Табличное и графическое представление данных
2.2 Числовые характеристики рядов данных

Элементы теории вероятностей

- 3.1 Вероятности событий
3.2 Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.

У.1 Уметь выполнять вычисления и преобразования

- 1.1 Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
1.2 Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
1.3 Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

У.2 Уметь решать уравнения и неравенства

- 2.1 Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
2.2 Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
2.3 Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

У.3 Уметь выполнять действия с функциями

- 3.1 Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
3.2 Вычислять производные и первообразные элементарных функций
3.3 Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции

У.4 Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

- 4.1 Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
4.2 Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
4.3 Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

У.5 Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

- 5.1 Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
5.2 Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

5.3 Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

5.4 Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий

У.6 Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

6.1 Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

6.2 Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

6.3 Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Организация контроля и оценивания

Форма промежуточной аттестации	Организация контроля и оценивания
Экзамен	Проводиться в письменной форме. Для проведения экзамена готовится комплект контрольных материалов не менее, чем из 4 вариантов для групп обучающихся, которые сдают экзамен в один день и в одно и тоже время. На выполнение отводится 4 астрономических часа (240 минут). Допуск к промежуточной аттестации при условии выполнения всех контрольных точек (зачеты, контрольные работы, практические работы).

Материально-техническое обеспечение контрольно-оценочных мероприятий

Контрольно-оценочные мероприятия проводятся в учебном кабинете математики.

Оборудование учебного кабинета и рабочих мест кабинета:

- посадочные места для обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- комплекты заданий;
- справочные материалы из пособия.

4.2. Задания для экзаменуемого

Обязательная часть

При выполнении заданий 1 -18 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Билет на автобус стоит 30 рублей. Определите, на сколько поездок хватит 100 рублей, если стоимость билета снизят на 10%.

2.(1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в спортивном зале площадью $6 \times 12 \text{ м}^2$, если на 1 м^2 расходуется 300 граммов краски.

3.(1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 2x - 1$.

A (1; 1); B (0; -1); C (2; 4); D (3; 5).

4.(1 балл) Вычислите значение выражения $9^{3/2} + 27^{2/3} + \sqrt{81}$.

5.(1 балл) Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = 1/3$ и $\alpha \in I$ четверти.

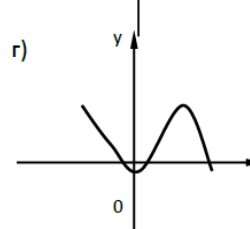
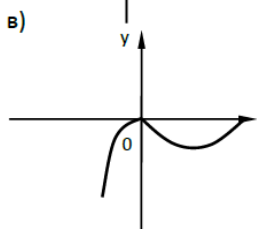
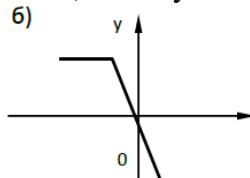
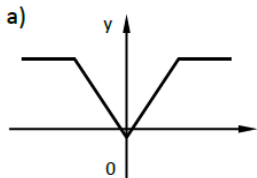
6.(1 балл) Решите уравнение $5^{5x+1} = 25^{2x}$.

7.(1 балл) Вычислите значение выражения $\log_2 8 - \log_2 125 + \lg 100 + \lg 1$.

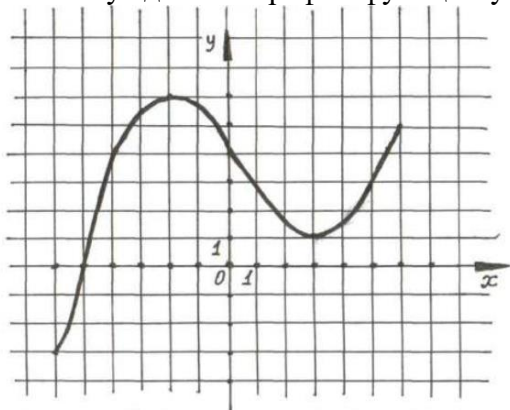
8.(1 балл) Решите уравнение $\log_2 (3x + 17) = 4$.

9.(1 балл) Определите какой из ниже приведённых графиков соответствует чётной функции.

Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя данный график функции $y = f(x)$ ответьте на вопросы:



10.(1 балл) Наименьшее и наибольшее значения функции.

11.(1 балл) Промежутки возрастания и убывания функции.

12.(1 балл) При каких значениях x $f(x) \geq 0$.

13.(1 балл) От электрического столба высотой 6 м к дому, высота которого 3 м натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между домом и столбом 4 м.

14.(1 балл) Тело движется по закону $S(t) = t^2 - 7t + 3$. Определите в какой момент времени скорость будет равна 3.

15.(1 балл) Найдите область определения функции $y = \lg(x^2 + 4x)$.

16.(1 балл) Решите уравнение $\frac{1}{2} * \sqrt{x} + 2 = 4$.

17.(1 балл) Решите уравнение $\sin^2 x + \sin x = -\cos^2 x$.

18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см в первый раз вращается вокруг большего катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните их боковые поверхности.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 -22 запишите ход решения и полученный ответ.

19.(3 балла) Найдите промежутки убывания функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$.

20.(3 балла) Основанием призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объём призмы.

21.(3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} y/3 - x/2 = 1 \\ 2^{x-2} * 2^x = 8. \end{cases}$

22.(3 балла) Найдите решение уравнения $2 \sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$, удовлетворяющее условию $\sin x > 0$.

4.3.Критерии оценки результата

За правильное выполнение любого задания из обязательной части обучающийся получает 1 балл, за правильное выполнение любого задания из дополнительной части обучающийся получает 3 балла. Число баллов, которое обучающийся может получить за правильное выполнение того или иного задания проставлено в скобках около его номера. Если обучающийся приводит неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания суммируются.

Для получения любой из положительных оценок 3, 4 или 5 сначала надо правильно выполнить все задания обязательной части. При этом для получения удовлетворительной оценки не обязательно выполнить все задания обязательной части. Правильное выполнение нескольких заданий обязательной части, во-первых, гарантирует получение «3», а во-вторых дает основу для повышения оценки до «4» или «5».

Критерии оценки выполнения работы

Оценка	Число баллов, необходимых для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 60%
«3» (удовлетворительно)	9-14
«4» (хорошо)	15-20 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	21-30 (не менее двух задания из дополнительной части)