

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«КОЛЛЕДЖ «КРАСНОСЕЛЬСКИЙ»**

**РАССМОТРЕНО И ПРИНЯТО**  
на заседании Педагогического Совета  
СПб ГБПОУ «Колледж «Красносельский»

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2023 г.

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор СПб ГБПОУ  
«Колледж «Красносельский»  
\_\_\_\_\_ Г.И. Софина  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

**КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

ОД.10 Математика

**программы подготовки квалифицированных рабочих и служащих  
по профессии**

43.01.09 Повар, кондитер

Санкт-Петербург  
2023 г.

## Содержание

	Стр.
1. Паспорт контрольно- оценочных средств	4
2. Результаты освоения учебной, подлежащие проверке	8
2.1 Знания и умения, подлежащие проверке	8
2.2 Формы текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине	8
3. Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины	11
3.1 Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины математика (текущий контроль)	11
4. Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине (экзамен)	25
4.1 Паспорт	25
4.2 Задания для экзаменуемого	30
4.3 Критерии оценки результата	31

## 1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

### 1.1. Область применения

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины (далее УД) математика основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по профессии 43.01.09 Повар, кондитер, входящей в состав укрупнённой группы профессий 43.00.00 Сервис и туризм.

**Комплект контрольно-оценочных средств позволяет оценивать:**

1.1.1. Освоение умений и усвоение знаний:

Освоенные умения, усвоенные знания	Показатели оценки результата	№ заданий для проверки
1	2	3
<p><b>Уметь</b></p> <p>У.1. Выполнять вычисления и преобразования:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.</li><li>– вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.</li><li>– Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.</li></ul>	<p>Применяет устные и письменные приемы при вычислении арифметических действий</p> <p>Применяет определения и свойства степени, логарифма, тригонометрических формул для вычисления и преобразования числовых, логарифмических, тригонометрических выражений</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р. 1, 3, 4, 7 ; Пз. по этим темам.</p>
<p>У.2. Решать уравнения и неравенства</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.</li><li>– Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков, использовать для приближённого решения уравнений и неравенств графический метод.</li><li>– Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.</li></ul>	<p>Применяет формулы дискриминанта, корней квадратного уравнения для решения уравнений.</p> <p>Применяет свойства корня, логарифма, тригонометрические формулы для решения уравнений и неравенств.</p> <p>Применяет графический метод решения уравнений.</p> <p>Применяет методику составления уравнений при решении задач.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р. 2, 3, 4, 8; Пз. по этим темам.</p>

<p>У.3. Выполнять действия с функциями</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции, описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения, строить графики изученных функций.</li> <li>– Вычислять производные и первообразные элементарных функций.</li> <li>– Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.</li> </ul>	<p>Применяет методы вычисления для нахождения значений функций. Применяет схему исследования функций для определения свойств функций.</p> <p>Применяет методику построения и исследования графиков функций. Применяет определения степенной, логарифмической, показательной функций для описания и анализа зависимостей величин.</p> <p>Применяет схему исследования функций с помощью производной. Применяет алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения при решении задач.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р. 9, 11 Пз. по этим темам.</p>
<p>У.4. Выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)</li> <li>– Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов)</li> <li>– Определять координаты точки, проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты векторов, угол между векторами</li> </ul>	<p>Применяет определения многогранников, тел вращения и их свойства для выполнения чертежей, построения сечений;</p> <p>Применяет формулы объемов, площадей поверхностей при решении задач;</p> <p>Использует планиметрические факты при решении стереометрических задач</p> <p>Применяет формулу Ньютона-Лейбница для вычисления площадей фигур ограниченных линиями.</p> <p>Применяет формулу для вычисления объемов тел.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р.5, 6, 9, 10 Пз по этим темам.</p>
<p>У.5. Строить и исследовать простейшие математические модели</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи</li> <li>– Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать простейшие модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин</li> <li>– Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую</li> </ul>	<p>Переводит условие задачи на язык алгебры</p> <p>Использует язык стереометрии и метод координат для решения практических задач</p> <p>Применяет комбинаторные методы при решении задач.</p>	<p>Оценка результатов выполнения Пз.</p>

<p>правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения</p> <p>– Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятность событий</p>		
<p>У.6. Использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни</p> <p>-Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера, осуществлять практические расчёты по формулам</p> <p>-Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики, извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах</p> <p>- Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшее значение, нахождение скорости и ускорения</p>	<p>Применяет формулы сочетания, размещения, перестановки при решении задач.</p> <p>Применяет формулы производных и правила дифференцирования для решения физических задач и задач на оптимизацию</p>	<p>Оценка результатов выполнения Пз.</p>
<p><b>Знать</b></p> <p>3.1.</p> <p>– значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;</p> <p>– вероятностный характер различных процессов окружающего мира</p>	<p>Правильно выбирает методику для решения задач различных процессов окружающего мира</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р., Пз.</p>
<p>3.2.</p> <p>– широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе</p>	<p>Правильно применяет математические методы для решения задач различных процессов окружающего мира.</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р., Пз.</p>
<p>3.3.</p> <p>– значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки</p>	<p>Применяет теоретические знания на практике</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р., Пз.</p>

<p>3.4.</p> <p>– историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии</p>	<p>Знает определения натуральных, рациональных, иррациональных чисел.</p> <p>Знает историю математики и возникновения геометрии</p>	<p>Оценка результатов выполнения К.Р., Пз.</p>
<p>3.5.</p> <p>– универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности</p>	<p>Знает законы логики и применяет их на практике.</p>	<p>Оценка результатов выполнения Пз.15</p>

## Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

### 2.1 Знания и умения, подлежащие проверке

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
У 1 - У 6	тестирование, защита рефератов и докладов, выполнение контрольных, практических работ	экзамен
З 1 – З 5		

### 2.2 Формы текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Таблица 2

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам, темам)

Элемент учебной дисциплины	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые У, З	Форма контроля	Проверяемые У, З
Раздел 1 Тема 1.1 Повторение	Практическая работа №1	У1, У2 З1-35	Экзамен	У1, У2
Раздел 1 Тема 1.2 Действительные числа	Устный опрос Практическая работа №2 Контрольная работа №1	У1 З 1- 35	Экзамен	У1
Раздел 1 Тема 1.3 Степенная функция	Устный опрос Практическая работа №3 Контрольная работа №2	У1, У2, У3 З 1- 34	Экзамен	У1, У2, У3
Раздел 1 Тема 1.4 Показательная функция	Устный опрос Практическая работа №4 Контрольная работа №3	У1, У2, У3, У6 З 1- 34	Экзамен	У1, У2, У3, У 6
Раздел 1 Тема 1.5 Логарифмическая функция	Устный опрос Практическая работа №5 Контрольная работа №4	У1, У2, У3, У6 З 1- 34	Экзамен	У1, У2, У3, У6
Раздел 2 Тема 2.1 Параллельность прямых и плоскостей Тема 2.2 Перпендикулярность прямых и плоскостей	Устный и письменный опрос Практическая работа №6 Контрольная работа №5	У 4, У5 З 1- 34	Экзамен	У4, У5

Раздел 3 Тема 3.1 Тригонометрические формулы	Устный и письменный опрос Практическая работа №7 Контрольная работа №6	У1, У5 3 1- 35	Экзамен	У1, У5
Раздел 3 Тема 3.2 Тригонометрические уравнения и неравенства	Устный и письменный опрос Практическая работа №8 Контрольная работа №7	У2, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У2, У5, У6
Раздел 3 Тема 3.3 Тригонометрические функции	Устный и письменный опрос	У3, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У3, У5, У6
Раздел 4 Тема 4.1 Функции, их свойства и графики	Устный и письменный опрос Практическая работа №9	У1, У2, У3, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У1, У2, У3, У5, У6
Раздел 4 Тема 4.2 Производная и её геометрический смысл	Устный и письменный опрос Практическая работа №10 Контрольная работа №8	У1, У3 3 1- 35	Экзамен	У1, У3
Раздел 4 Тема 4.3 Применение производной к исследованию функций	Устный и письменный опрос Практическая работа №11 Контрольная работа №9	У1, У2, У3, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У1, У2, У3, У5, У6
Раздел 5 Тема 5.1 Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Скалярное произведение векторов Тема 5.2 Многогранники	Устный и письменный опрос Практическая работа №12 Контрольная работа №10	У4, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У4, У5, У6
Раздел 6 Тела вращения	Устный и письменный опрос Практическая работа №13 Контрольная работа №11	У4, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У4, У5, У6
Раздел 7 Интеграл	Устный и письменный опрос Практическая работа №14 Контрольная работа №12	У1, У2, У3, У4, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У1, У2, У3, У4, У5, У6
Раздел 8 Измерения в геометрии	Устный и письменный опрос	У1, У4, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У1, У4, У5, У6
Раздел 9 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Устный и письменный опрос Практическая работа №15 Контрольная работа №13	У1, У5, У6 3 1- 35	Экзамен	У1, У5, У6
Раздел 10 Итоговое повторение	Устный и письменный опрос	У1-У6 31-35	Экзамен	У1-У6 31-35



	Практическая работа №16 Итоговая контрольная работа			
--	---	--	--	--

## Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины

### Общее положение

Основной целью оценки курса учебной дисциплины математика является оценка освоения умений и усвоения знаний.

Оценка курса учебной дисциплины математика осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля: устный опрос, оценивание результатов практической работы, оценивание результатов внеаудиторной самостоятельной работы; контрольные работы по разделам, экзамен

**Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки освоения учебной дисциплины математика (текущий контроль)**

### Критерии оценивания работ

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
86-100	5	отлично
66-85	4	хорошо
50-65	3	удовлетворительно
менее 50	2	неудовлетворительно

### 1 Курс

### Входное тестирование

1) Какое из чисел 1.1; 1.01; 1.001; 1.0101; 1.00101 является наименьшим?

- a) 1.1
- b) 1.01
- c) 1.001
- d) 1.0101
- e) 1.00101

2) Чему равно выражение  $\frac{1-\frac{3}{4}}{\frac{4}{3}-1}$  ?

- a)  $\frac{3}{4}$
- b)  $\frac{1}{12}$
- c) -1
- d)  $\frac{4}{3}$
- e)  $-\frac{9}{16}$

3)  $x$  – значение выражения  $540 \cdot \frac{5}{13}$ ,  $y$  – значение выражения  $540 \div \frac{5}{13}$

- a)  $x > y$
- b)  $x = y$
- c)  $x < y$
- d) Определить нельзя
- e) Правильный ответ не указан

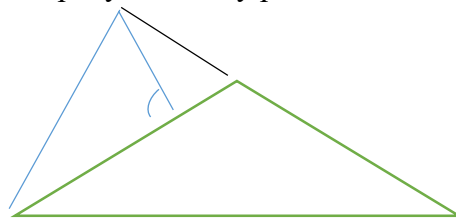
4) Периметр прямоугольника равен - 64 см, длина одной его стороны – 20 см. Чему равна площадь прямоугольника (в кв.см.)?

- a) 1280
- b) 880
- c) 240
- d) 120

- e) 44
- 5) Чему равно выражение  $3(x - 2) - 2(2-x)$ ?
- $5x+2$
  - $x-6$
  - $2x-10$
  - $5x-6$
  - $5x-10$
- 6) Сколько существует значений  $m$ , при которых значение выражений  $2m - 15$  и  $m + 6$  равны?
- Ни одного
  - Одно
  - Два
  - Бесконечно много
  - Определить нельзя
- 7) Какое из указанных ниже выражений следует прибавить к выражению  $\frac{1}{b+2}$ , чтобы получить  $\frac{1}{b}$ ?
- $\frac{1}{2}$
  - 2
  - $\frac{1}{b+2}$
  - $\frac{2}{b(b+2)}$
  - $\frac{2(b+1)}{b(b+2)}$

- 8) Все данные на рисунке даны в градусах. Чему равна величина  $Y$ ?

- $15^\circ$
- $20^\circ$
- $30^\circ$
- $45^\circ$
- $50^\circ$



- 9) При каких значениях  $m$  дробь  $\frac{m^3 - m}{-2m}$  равно нулю?
- Только при  $m=0$
  - Только при  $m=1$
  - При  $m=0$  или  $m=1$
  - При  $m=-1$  или  $m=1$
  - При  $m=-1$  или  $m=0$  или  $m=1$
- 10) Какие из следующих равенств является верным: 1)  $\sqrt{25} = 5$ ; 2)  $\sqrt{9} = -3$ ; 3)  $-\sqrt{25} = -5$ ; 4)  $\sqrt{-16} = -4$
- Только 1
  - 1 и 2
  - 1 и 3
  - 1 и 4
  - 1, 2, 3
- 11) Каковы соотношения между  $a, b, c$ , если графики соответствующих функций расположены так, как указано на рисунке?
- $a > b > c$
  - $b > a > c$
  - $a > c > b$
  - $c > b > a$
  - правильный ответ не указан

- 12) Какие из указанных ниже пар чисел являются решением системы уравнений:  $\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ x - y = 5 \end{cases}$
- 2;3
  - 2;-3
  - 2;3
  - 3;-2
  - 3;2
- 13) График обратной пропорциональности проходит через точку  $A(-6;3)$ . Какая из указанных формул задает эту обратную пропорциональность?
- $y = -\frac{6}{x}$
  - $y = \frac{3}{x}$
  - $y = -\frac{2}{x}$
  - $y = -\frac{18}{x}$
  - определить нельзя
- 14) Каков знак числа  $a$ , если  $-5a > -3a$ ?
- $a > 0$
  - $a = 0$
  - $a < 0$
  - определить нельзя
  - правильный ответ не указан
- 15) Какой вид имеет треугольник, если сумма каждых двух его углов больше  $90^\circ$ ?
- Остроугольный
  - Прямоугольный
  - Тупоугольный
  - Определить нельзя
  - Правильный ответ не указан
- 16) Укажите координаты точек пересечения графика функции  $y = (x - 2)(x + 1)$  с осью  $OX$  и осью  $OY$ ?
- (2;1), (1;0), (0;-2)
  - (2;0), (-1;0), (0;2)
  - (2;0), (-1;0), (0;-2)
  - (-2;0), (1;0), (0;-2)
  - (2;0), (1;0), (0;2)
- 17) График функции  $y = kx + t$  расположен во 2, 3 и 4 координатных углах. Каковы знаки  $k$  и  $t$ ?
- $k > 0, t > 0$
  - $k > 0, t < 0$
  - $k < 0, t > 0$
  - $k < 0, t < 0$
  - определить нельзя
- 18) выразите  $x$  через  $y$ , если  $y = 3x + 2$
- $x = y + 1$
  - $x = y - 2$
  - $x = y - 5$
  - $x = \frac{y + 2}{3}$
  - $x = \frac{y - 2}{3}$
- 19) В трапеции  $ABCD$   $\angle a = 68^\circ, \angle d = 74^\circ$ . Каковы величины углов  $b$  и  $c$ ?
- $\angle b = 16^\circ, \angle c = 22^\circ$

- b)  $\angle b = 106^\circ, \angle c = 112^\circ$
- c)  $\angle b = 22^\circ, \angle c = 16^\circ$
- d)  $\angle b = 112^\circ, \angle c = 106^\circ$
- e) Правильный ответ не указан

20) Какое из указанных множеств является решением неравенства  $x^2 - 2x - 3 \leq 0$  ?

- a)  $(-1; 3)$
- b)  $[-1; 3]$
- c)  $[-3; 1]$
- d)  $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
- e) другое множество

### Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа»

#### Вариант 1

1. Постройте график функции  $y = x^2 - 2x - 8$ . Найдите с помощью графика:
  - Значение  $y$  при  $x = -1,5$
  - Значение  $x$ , при которых  $y = 3$
  - Нули функции, промежутки, в которых  $y > 0$  и  $y < 0$
  - Промежуток, в котором функция возрастает
2. Разложите на множители  $3x^2 + 7x - 6$
3. Решите неравенство графически  $2x^2 - 13x + 6 < 0$
4. Решите неравенство методом интервалов  $\frac{x-5}{x+7} < 0$

#### Вариант 2

1. Постройте график функции  $y = x^2 - 4x - 5$ . Найдите с помощью графика:
  - Значение  $y$  при  $x = 0,5$
  - Значение  $x$ , при которых  $y = 3$
  - Нули функции, промежутки, в которых  $y > 0$  и  $y < 0$
  - Промежуток, в котором функция возрастает
2. Разложите на множители  $5x^2 + 9x - 2$
3. Решите неравенство графически  $2x^2 - x - 15 < 0$
4. Решите неравенство методом интервалов  $\frac{x+3}{x-8} > 0$

### Контрольная работа №2 по теме «Степенная функция»

#### Вариант 1

1. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[4]{4 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции  $y = x^{-5}$ 
  - Выясните, на каких промежутках функция убывает
  - Сравните числа  $(\frac{1}{7})^{-5}$  и  $1$ ;  $(3,2)^{-5}$  и  $(3\sqrt{2})^{-5}$
3. Решите уравнение:
  - $\sqrt{1-x} = 3$ ;
  - $\sqrt{2+x} = \sqrt{3-x}$
  - $\sqrt{1-x} = x + 1$

#### Вариант 2

1. Найдите область определения функции  $y = (x^2 - 9)^{-1/3}$
2. Изобразите эскиз графика функции  $y = x^{-6}$ 
  - Выясните, на каких промежутках функция возрастает
  - Сравните числа  $(1/3)^{-6}$  и  $(1/\sqrt{2})^{-6}$ ;  $(4,2)^{-6}$  и  $1$
3. Решите уравнение:
  - $\sqrt{x-2} = 4$ ;
  - $\sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}$
  - $\sqrt{x+1} = 1-x$

### Контрольная работа №3 по теме «Показательная функция»

#### Вариант 1

1. Решите уравнение

- $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$
- $4^x + 2^x - 20 = 0$
- $7^{x-1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$

2. Решите неравенство

- $\left(\frac{3}{4}\right)^x < \frac{4}{3}$
- $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$
- $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \leq 1$

3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 4 \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}$

#### Вариант 2

1. Решите уравнение

- $(0,1)^{2x-3} = 10$
- $9^x + 7 \cdot 3^x - 18 = 0$
- $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$

2. Решите неравенство

- $\left(\frac{6}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$
- $(\sqrt{3})^{x-6} > \frac{1}{9}$
- $\left(\frac{9}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$

3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases}$

### Контрольная работа №4 по теме «Логарифмическая функция»

#### Вариант 1

1. Вычислите

- $\text{Iog}_{\frac{1}{2}} 16$
- $5^{1+\text{Iog}_{\frac{1}{5}} 3}$
- $\text{Iog}_3 135 - \text{Iog}_3 20 + 2 \text{Iog}_3 2$

2. Сравните числа  $\text{Iog}_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$  и  $\text{Iog}_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$

3. Решите уравнение

- $\text{Iog}_5 (2x-1) = 2$
- $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$

4. Решите неравенство

- $\text{Iog}_{\frac{1}{3}} (x-5) > 1$
- $\text{Iog}_{\frac{1}{6}} (10-x) + \text{Iog}_{\frac{1}{6}} (x-3) \geq -1$
- $\text{Iog}_3^2 x - 2 \text{Iog}_3 x < 3$

#### Вариант 2

1. Вычислите

- $\text{Iog}_3 \frac{1}{27}$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\text{Iog}_{\frac{1}{3}} 7}$
- $\text{Iog}_2 56 - 2 \text{Iog}_2 12 + \text{Iog}_2 63$

2. Сравните числа  $\text{Iog}_{0,9} \frac{3}{2}$  и  $\text{Iog}_{0,9} \frac{3}{4}$

3. Решите уравнение
  - $\log_4(2x + 3) = 3$
  - $\log_9 x + \log_{\sqrt{3}} x = 10$
4. Решите неравенство
  - $\log_5(x-3) < 2$
  - $\log_{1/6}(10-x) + \log_{1/6}(x-3) \geq -1$
  - $\log^2_2 x - 3 \log_2 x < 4$

### Контрольная работа №5 по теме «Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей»

#### Вариант 1

1. В треугольнике ABC AC=CB=10 см, угол A=30°, BK – перпендикуляр к плоскости треугольника, равный  $5\sqrt{6}$  см. Найдите расстояние от точки K до AC.
2. Точка M равноудалена от всех вершин равнобедренного прямоугольного треугольника ABC (угол C=90°), AC=BC= 4 см. Расстояние от точки M до плоскости треугольника равно  $2\sqrt{3}$  см.
  - Докажите, что плоскость AMB перпендикулярна плоскости ABC.
  - Какой угол плоскость BMC составляет с плоскостью ABC?
  - Найдите угол между MC и плоскостью ABC.
3. Найдите расстояние от точки E – середины стороны AC до плоскости BMC.
4. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC. Точка E лежит на стороне AB, а точка F- на стороне BC, причем EF параллельна плоскости ADC, точка P – середина AD, а точка K – середина DC.
  - Докажите, что EF параллельна PK.
  - Каково взаимное расположение прямых PK и AB? Чему равен угол между этими прямыми, если угол ABC=40° и угол BCA=80°?

#### Вариант 2

1. Через сторону AC треугольника ABC проведена плоскость  $\alpha$ , удалённая от вершины B на расстояние, равное 4 см, AC=BC=8 см, угол ABC =22,5°. Найдите угол между плоскостями ABC и  $\alpha$ .
2. ABCD – квадрат со стороной, равной 4 см. Треугольник AMB имеет общую сторону AB с квадратом, AM=BM=2 $\sqrt{6}$  см. Плоскости треугольника и квадрата взаимно перпендикулярны.
  - Докажите, что BC перпендикулярна AM.
  - Найдите угол между MC и плоскостью квадрата.
3. Найдите расстояние от точки A до плоскости DMC.
  1. Треугольники ABC и DCE лежат в разных плоскостях и имеют общую вершину C, AB параллельна DE.
    - Постройте линию пересечения плоскостей ABC и DCE. Поясните. Каково взаимное расположение прямых AB и DF, где точка F лежит на стороне CE? Чему равен угол между этими прямыми, если угол FED=60° и угол DFE=100°?

### Контрольная работа №6 по теме «Тригонометрические формулы»

#### Вариант 1

1. Вычислите а)  $\cos 765^\circ$  б)  $\sin \frac{19\pi}{6}$
2. Вычислите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  и  $-\pi < \alpha < -5\pi$
3. Упростите выражение  $\frac{(\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\pi - \alpha))}{1 + 2 \cos(-\alpha) \cdot \sin(-\alpha)}$

4. Решите уравнение  $\sin(\pi/2 - 3x) \cdot \cos 2x - \cos(3\pi/2 - 2x) \cdot \sin 3x = 1$

Вариант 2

1. Вычислите а)  $\cos 780^\circ$  б)  $\sin \frac{13\pi}{6}$

2. Вычислите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$  и  $\pi < \alpha < 3\pi/2$

3. Упростите выражение  $\frac{(\sin(-\alpha) + \cos(\pi - \alpha))}{1 + 2 \cos(\pi/2 - \alpha) \cdot \cos(-\alpha)}$

4. Решите уравнение  $\cos(3\pi/2 + x) \cdot \cos 3x - \cos(\pi - x) \cdot \sin 3x = -1$

**2 Курс**

**Контрольная работа №7 по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»**

Вариант 1

1. Решите уравнение

- $\sqrt{2} \cdot \cos x - 1 = 0$

- $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$

2. Найдите все решения уравнения  $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$  на отрезке  $[0; 3\pi]$

3. Решите уравнение

- $3 \cdot \cos x - \cos^2 x = 0$

- $6 \cdot \sin^2 x - \sin x = 1$

Вариант 2

1. Решите уравнение

- $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$

- $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$

2. Найдите все решения уравнения  $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$  на отрезке  $[0; 4\pi]$

3. Решите уравнение

- $\sin^2 x - \sin x = 0$

- $10 \cdot \cos^2 x + 3 \cos x = 1$

**Контрольная работа №8 по теме «Производная и её геометрический смысл»**

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

$3x^2 - \frac{1}{x^3}$ ;  $(\frac{x}{3} + 7)^6$ ;  $e^x \cdot \cos x$ ;  $\frac{2^x}{\sin x}$ .

2. Найдите значение производной функции  $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$  в точке  $x_0 = 8$ .

3. Записать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sin x - 3x + 2$  в точке  $x_0 = 0$ .

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

$2x^3 - \frac{1}{x^2}$ ;  $(4 - 3x)^6$ ;  $e^x \cdot \sin x$ ;  $\frac{3^x}{\cos x}$ .

2. Найдите значение производной функции  $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = \frac{1}{4}$ .

3. Записать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 4x - \sin x + 1$  в точке  $x_0 = 0$ .

**Контрольная работа №9 по теме «Применение производной к исследованию функций»**

Вариант 1

1. Найдите стационарные точки функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .

2. Найдите экстремумы функции:

- $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$

- $f(x) = e^x \cdot (2x - 3)$ .

3. Найдите промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .



### Вариант 2

Найдите стационарные точки функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ .

Найдите экстремумы функции:

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$$

$$f(x) = e^x \cdot (5 - 4x).$$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$ .

### Контрольная работа №10 по теме «Векторы в пространстве»

#### Вариант 1

1. Какой угол образуют единичные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если известно, что векторы  $\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $5\vec{a} - 4\vec{b}$  взаимно перпендикулярны?
2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  длина ребра равна 1.  $M$  – центр грани  $DD_1 C_1 C$ . Используя метод координат, найдите:
  - угол между прямыми  $AM$  и  $B_1 D$
  - расстояние между серединами отрезков  $AM$  и  $B_1 D$ .
3. Даны две точки:  $A$ , лежащая на оси ординат, и  $B(1; 0; 1)$ . Прямая  $AB$  составляет с плоскостью  $Oxz$  угол в  $30^\circ$ . Найдите координаты точки  $A$ .
4. Найдите координаты вектора  $\vec{a}$ , коллинеарного вектору  $\vec{b}\{6; 8; -7,5\}$  и образующего тупой угол с координатным вектором  $\vec{j}$ , если  $|\vec{a}|=50$ .

#### Вариант 2

1. Даны точки  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(2; -1; 0)$  и  $D(2; 1; 2)$ . Найдите:
  - угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$ ;
  - расстояние между серединами отрезков  $AB$  и  $CD$ .
2. Основанием прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  служит равнобедренный треугольник  $ABC$ , угол  $ACB=120^\circ$ ,  $AC=CB=BB_1$ . Используя векторы, найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CB_1$ .
3. Даны две точки:  $A$ , лежащая в плоскости  $xOy$ , и  $B(1; 1; 1)$ , причём абсцисса точки  $A$  равна её ординате. Прямая  $AB$  составляет с плоскостью  $zOy$  угол в  $30^\circ$ . Найдите координаты точки  $A$ .
4. Даны векторы  $\vec{a}\{7; 0; 0\}$  и  $\vec{b}\{0; 0; 3\}$ . Найдите множество точек  $M$ , для каждой из которых выполняются условия  $\vec{OM} \cdot \vec{a}=0$  и  $\vec{OM} \cdot \vec{b}=0$ , где  $O$  – начало координат.

### 3 курс

### Контрольная работа №11 по теме «Тела вращения»

#### Вариант 1

1. Прямоугольная трапеция с углом  $45^\circ$  вращается вокруг прямой, содержащей большее основание. Найдите площадь поверхности тела вращения. Если основания трапеции равны 3 и 5.
2. В шар радиуса  $R$  вписан конус, у которого образующая составляет с плоскостью основания угол  $\varphi$ .
  - Найдите площадь боковой поверхности конуса.
  - Если  $\varphi = 30^\circ$ , то найдите наибольшую возможную площадь сечения, проходящего через вершину конуса.
3. Сфера, заданная уравнением  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ , пересекает оси координат в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$ .  $A$  – точка пересечения с осью  $Ox$ ,  $B$  – с осью  $Oy$ ,  $C$  – с осью  $Oz$  (координаты этих точек положительны). Найдите угол между плоскостью  $ABC$  и плоскостью  $z=0$ .

#### Вариант 2

1. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в  $90^\circ$ . Диагональ сечения равна 10 и удалена от оси на расстояние, равное 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. В правильной треугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом в  $60^\circ$ . В эту пирамиду вписан шар радиуса  $R$ .
  - Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Из точки  $M(-7; 3; -4)$  проведена касательная к сфере, заданной уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 27 = 0$ . Найдите длину касательной от точки  $M$  до точки касания.

### Контрольная работа №12 по теме «Интеграл»

#### Вариант 1

1. Найдите все первообразные функции  $f(x) = 3x^2 - 4x + x^5 - 2$
2. Найдите первообразную функции  $f(x) = 3x - 5$ , график которой проходит через точку  $(4; 10)$
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  и прямой  $x = 2$ .

#### Вариант 2

1. Найдите все первообразные функции  $f(x) = 5x^2 - 2x + x^7 - 3$
2. Найдите первообразную функции  $f(x) = 5x + x^2$ , график которой проходит через точку  $(0; 3)$
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции  $f(x) = x^2 - 8x + 16$  и прямой  $x = 2$ .

### Контрольная работа №13 по теме «Элементы теории вероятностей»

#### Вариант 1

1. В ящике находятся 4 белых и 8 чёрных шаров. Наугад вынимают один из них. Найти вероятность того, что вынут чёрный шар.
2. Вероятность выигрыша по одному билету художественной лотереи равна  $8 \cdot 10^{-5}$ . Найти вероятность того, что один приобретённый билет этой лотереи окажется без выигрыша.
3. В серии испытаний с подбрасыванием гнутой монеты оказалось, что 9 раз выпала решка и 12 раз – орёл. Найти относительную частоту появления орла в данной серии испытаний.
4. Брошены два игральных кубика – красный и зелёный. Найти вероятность того, что на красном выпало число 5, а на зелёном – нечётное число.

#### Вариант 2

1. В ящике находятся 6 белых и 9 чёрных шаров. Наугад вынимают один из них. Найти вероятность того, что вынут чёрный шар.
2. Вероятность выигрыша по одному билету художественной лотереи равна  $7 \cdot 10^{-4}$ . Найти вероятность того, что один приобретённый билет этой лотереи окажется без выигрыша.
3. В серии испытаний с подбрасыванием гнутой монеты оказалось, что 42 раз выпала решка и 66 раз – орёл. Найти относительную частоту появления орла в данной серии испытаний.
4. Брошены два игральных кубика – красный и зелёный. Найти вероятность того, что на красном выпало число, кратное 3, а на зелёном – число 6.

**Итоговая контрольная работа**  
**Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе**

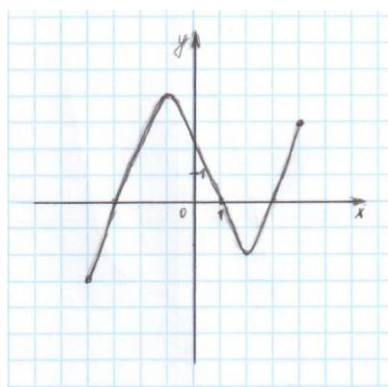
Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3» (удовлетворительно)	9-14
«4» (хорошо)	15-20 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	21-30 (не менее двух заданий из дополнительной части)

**Вариант 1**

**Обязательная часть.**

**При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.**

- (1 б) Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число тетрадей можно будет купить на 950 рублей после понижения цены на 25%?
- (1 б) Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3-х человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?



- (1 б) Проходит ли график функции  $y = -2x^3$  через точки:  
а) А (0; -2)      б) В (-1; 2)

4. (1 б) Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{2}}$

5. (1 б) Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$  и  $\alpha \in III$  ч

6. (1 б) Решите уравнение  $\log_2(-1-x) = 2$

7. (1 б) Даны векторы  $\vec{a}\{-8;2;0\}$  и  $\vec{b}\{5;2;-1\}$ . Найдите координаты  $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ .

8. (1 б) Решите уравнение  $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-11} = \frac{1}{36}$

9. Дорисуйте график нечётной функции

**В заданиях 10-12, используя график функции  $y = f(x)$  (см. ниже), определите и запишите ответ.**

10. (1 б) Наибольшее и наименьшее значения функции.

11. (1 б) При каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0$ ?

12. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.

**При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.**

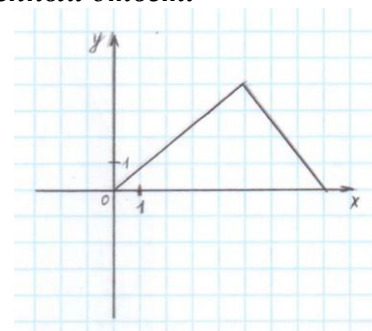
13. (1 б) Из точки А к плоскости круга проведён перпендикуляр длиной 4 см, радиус круга 3см. Найдите расстояние от точки А до точки на окружности.

14. (1 б) Точка движется по прямой со скоростью  $s(t) = 3t^2 - 4t$ .

Определите ускорение точки в момент времени  $t = 2$  с.

15. (1 б) Найдите область определения функции  $y = x - 5$ .

16. (1 б) Решите уравнение  $\sqrt{14 + 5x} = 7$



17. (1 б) Решите уравнение  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

18. (1 б) В осевом сечении цилиндра получился квадрат площадью  $4 \text{ см}^2$ . Найдите площадь основания цилиндра.

**Дополнительная часть.**

*При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.*

19. (3 б) Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = x^4 + 8x^2 - 3$

20. (3 б) Длина высоты цилиндра на 10 см больше длины радиуса основания цилиндра, а площадь полной поверхности цилиндра равна  $144\pi \text{ см}^2$ . Найдите объем цилиндра.

21. (3 б) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_7 y = 1 - \log_7 x \end{cases}$$

22. (3 б) Найдите решение уравнения  $\cos 2x + 2\cos^2 x - \sin 2x = 0$

**Вариант 2**

**Обязательная часть.**

*При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.*

1. (1 б) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

2. (1 б) Сколькими способами можно расставить 6 томов энциклопедии, чтобы они стояли в беспорядке?

3. (1 б) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $f(x) = \sin x$

A  $\left(\frac{\pi}{6}; -\frac{1}{2}\right)$

B  $\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$

C (0; -1)

D  $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$

4. (1 б) Вычислите значение выражения  $\left(\frac{64}{125}\right)^{\frac{1}{3}} - \sqrt[4]{\frac{81}{625}}$

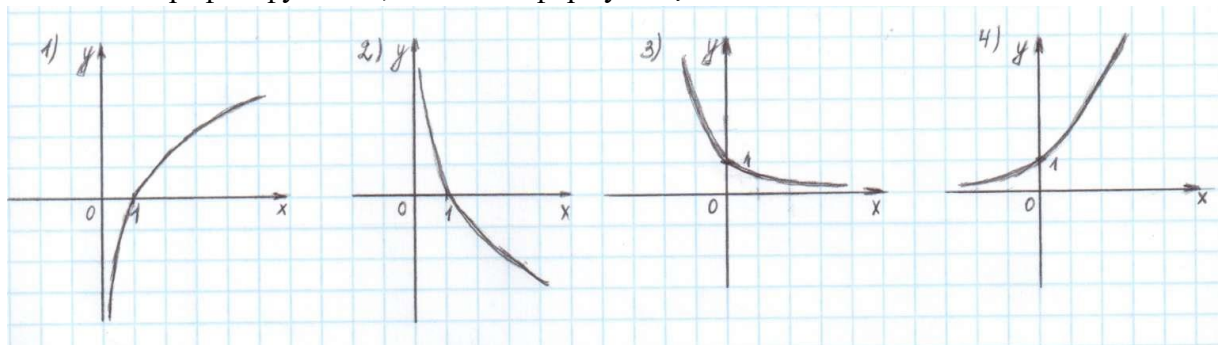
5. (1 б) Найдите значение  $\sin \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  и  $\alpha \in I$  ч.

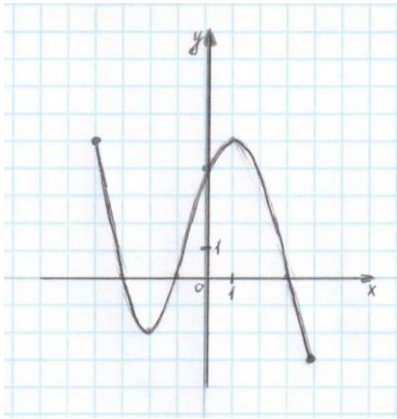
6. (1 б) Решите уравнение  $\log_3(2x+1) = \log_3 5 + \log_3 8$

7. (1 б) Даны векторы  $\vec{a}\{3;0;-2\}$  и  $\vec{b}\{-1;5;2\}$ . Найдите координаты  $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ .

8. (1 б) Решите уравнение  $3^{5x+1} = 9^{2x}$

9. Укажите график функции, заданной формулой  $y = 0,5^x$





В заданиях 10-12, используя график функции  $y = f(x)$  (см. ниже), определите и запишите ответ.

10. (1 б) При каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$ ?
11. (1 б) Наибольшее и наименьшее значения функции.
12. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 б) От электрического столба высотой 5,8 м к дому, высота которого 3,9 м, натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между домом и столбом 3,4 м.
14. (1 б) Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  начальной точкой изменяется по закону  $S(t) = 5t - 0,5t^2$ , где  $t$  – время движения в секундах. Найдите скорость через 2 секунды после начала движения.
15. (1 б) Найдите область определения функции  $y = \log_5(x - 5)$
16. (1 б) Решите уравнение  $\frac{1}{3}\sqrt{x+2} = 9$
17. (1 б) Решите уравнение  $\cos^2 x + \cos x = -\sin^2 x$
18. (1 б) Высота конуса равна 12 см, радиус основания равен 5 см. вычислить длину образующей конуса.

#### Дополнительная часть.

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.

19. (3 б) Найдите промежутки возрастания функции  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3x$
20. (3 б) Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 12 см, противолежащий ему угол  $60^\circ$ . Каждое боковое ребро 13 см. Найдите объём пирамиды.
21. (3 б) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_2 x = 1 - \log_{12} y \end{cases}$$
22. (3 б) Решите уравнение  $1 - \cos 4x = \sin 2x$

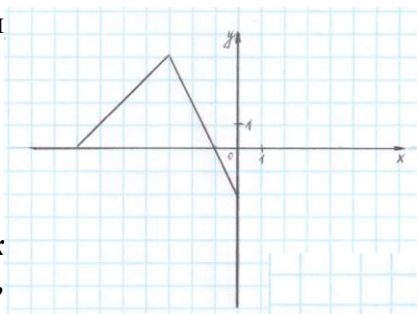
#### Вариант 3

#### Обязательная часть.

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.

1. (1 б) 1 метр ситца стоил 80 рублей. Сколько можно купить ткани на 1000 рублей, если администрация магазина в честь праздника сделала скидку 10%?
2. (1 б) Из 10 кандидатов нужно выбрать 3-х на конференцию. Сколькими способами это можно сделать?
3. (1 б) Проходит ли график функции  $y = -2x^2$  через точки:  
а) А (0,5; -0,5)      б) В (-1,5; 1,1)
4. (1 б) вычислите значение выражения  $8^{\frac{8}{9}} \cdot 64^{\frac{1}{18}}$
5. (1 б) Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\alpha \in \Pi$  ч
6. (1 б) Решите уравнение  $\log_2(4 - x) = 2$
7. (1 б) Даны векторы  $\vec{a}\{5; -1; 2\}$  и  $\vec{b}\{3; 2; -4\}$ . Найдите координаты  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ .

8. (1 б) Решите уравнение  $4^x \cdot 2^x = 64$   
 9. (1 б) Дорисуйте график четной функции

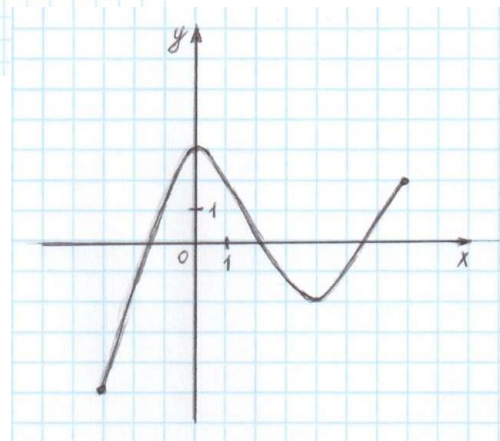


**В заданиях 10-12, используя график функции  $y = f(x)$  (см. ниже), определите и запишите ответ.**

10. (1 б) Наибольшее и наименьшее значения функции.  
 11. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.  
 12. (1 б) При каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0$

**При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.**

13. (1 б) Сторона квадрата равна 4 см. Точка, равноудаленная от всех вершин квадрата, находится на расстоянии 6 см от точки пересечения его диагоналей. Найдите расстояние от этой точки до вершин квадрата.  
 14. (1 б) Материальная точка движется по прямой со скоростью  $s(t) = 6t^2 - 10t$  ( $s$ , м/с;  $t$ , с). Найдите ускорение точки в момент времени  $t = 3$  с.



15. (1 б) Найдите область определения функции  $y = \sqrt{x-5}$ .

16. (1 б) Решите уравнение  $\sqrt[3]{x+1} = 2$

17. (1 б) Решите уравнение  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

18. (1 б) Высота цилиндра 10 см, а радиус основания 1 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

#### Дополнительная часть.

**При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.**

19. (3 б) Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$   
 20. (3 б) Площадь осевого сечения конуса равна  $216 \text{ см}^2$ , диаметр основания 24 см. Определите площадь боковой поверхности конуса.  
 21. (3 б) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + 4y = 16 \\ \log_7 y - \log_7 4 = \log_7(x + 1) \end{cases}$$
  
 22. (3 б) Найдите решение уравнения  $3\cos^2 x + 4\sin x \cos x + 5\sin^2 x = 2$

#### Вариант 4

##### Обязательная часть.

**При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и правильный ответ.**

1. (1 б) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %.  
 2. (1 б) Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг стола?  
 3. (1 б) Определите какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $f(x) = \cos x$

A  $\left(\frac{\pi}{3}; -\frac{1}{2}\right)$

B  $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$

C (0; -1)

D  $\left(\frac{\pi}{4}; -1\right)$

4. (1 б) Найдите значение выражения  $4^{\sqrt{6}+10} \cdot 4^{-6-\sqrt{6}}$

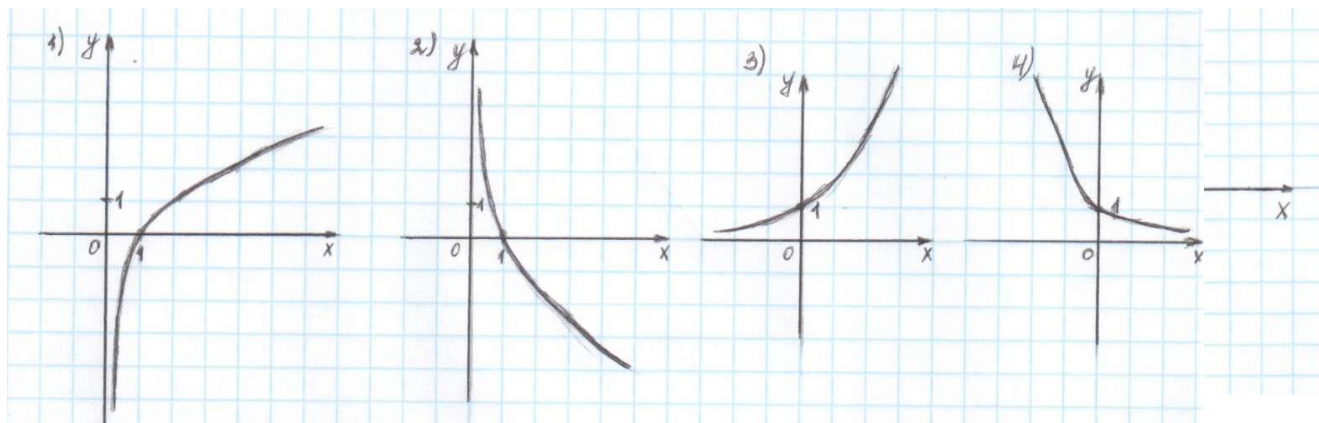
5. (1 б) Найдите значение  $\sin \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$  и  $\alpha \in IV$  ч

6. (1 б) Решите уравнение  $\log_5(5-5x) = 2\log_5 2$

7. (1 б) Даны векторы  $\vec{a}\{1;-3;4\}$  и  $\vec{b}\{-2;0;6\}$ . Найдите координаты  $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

8. (1 б) Решите уравнение  $3^{2-2x} = 81$

9. (1 б) Укажите график функции, заданной формулой  $y = \log_2 x$



**В заданиях 10-12, используя график функции  $y = f(x)$  (см. ниже), определите и запишите ответ.**

10. (1 б) Промежутки возрастания и убывания функции.

11. (1 б) Наибольшее и наименьшее значение функции.

12. (1 б) При каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$

**При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.**

13. (1 б) Наклонная АВ составляет с плоскостью  $\alpha$  угол в  $30^\circ$ , причём АВ=4 см. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из точки А на плоскость  $\alpha$ .

14. (1 б) Тело движется по закону  $S(t) = t^2 - 4t + 3$ . Определите в какой момент времени тело остановится?

15. (1 б) Найдите область определения функции  $y = \frac{5}{x-5}$

16. (1 б) Решите уравнение  $\sqrt{9-x^2} = 0$

17. (1 б) Решите уравнение  $2\operatorname{tg}x = 2$

18. (1 б) Радиус шара равен 50 см. Найдите длину окружности и площадь сечения, находящегося на расстоянии 48 см от центра.

**Дополнительная часть.**

**При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и правильный ответ.**

19. (3 б) Найдите промежутки возрастания функции  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$

20. (3 б) Стороны основания прямого параллелепипеда 6 см и 4 см, угол между ними равен  $60^\circ$ . Диагональ большей грани равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

21. (3 б) Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 y = 3 - \log_2 x \end{cases}$

22. (3 б) Найдите решение уравнения  $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$

#### 4. Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине (экзамен)

##### 4.1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины **Математика**

**Форма промежуточной аттестации (в соответствии с учебным планом) – письменный экзамен.**

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержит задания минимально обязательного уровня, а дополнительная часть – более сложные задания. При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ, и только в нескольких заданиях достаточно представить ответ.

При выполнении любого задания дополнительной части описывается ход решения и дается ответ.

Правильное выполнение заданий оценивается баллами.

Правильное выполнение любого задания обязательной части оценивается 1 баллом, правильное выполнение каждого задания дополнительной части – тремя баллами. Баллы указываются в скобках около номера задания.

Если приводится неверный ответ или ответ отсутствует, ставится 0 баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются

**Элементы содержания программы, проверяемые заданиями экзаменационной работы**

##### **1 Алгебра**

*Числа, корни и степени*

1.1 Целые числа

1.2 Степень с натуральным показателем

1.3 Дроби, проценты, рациональные числа

1.4 Степень с целым показателем

1.5 Корень степени  $n > 1$  и его свойства

1.6 Степень с рациональным показателем и её свойства

1.7 Свойства степени с действительным показателем

*Основы тригонометрии*

2.1 Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла

2.2 Радианная мера угла

2.3 Синус, косинус, тангенс и котангенс числа

2.4 Основные тригонометрические тождества

2.5 Формулы приведения

2.6 Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов

2.7 Синус и косинус двойного угла

*Логарифмы*

3.1 Логарифм числа

3.2 Логарифм произведения, частного, степени

3.3 Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$

*Преобразования выражений*

4.1 Преобразования выражений, включающих арифметические операции

4.2 Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень

4.3 Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени

4.4 Преобразования тригонометрических выражений

4.5 Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования

4.6 Модуль (абсолютная величина) числа

##### **II Уравнения и неравенства**

*Уравнения*



- 1.1 Квадратные уравнения
- 1.2 Рациональные уравнения
- 1.3 Иррациональные уравнения
- 1.4 Тригонометрические уравнения
- 1.5 Показательные уравнения
- 1.6 Логарифмические уравнения
- 1.7 Равносильность уравнений, систем уравнений
- 1.8 Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- 1.9 Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 1.10 Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- 1.11 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем

1.12 Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений

#### *Неравенства*

- 2.1 Квадратные неравенства
- 2.2 Рациональные неравенства
- 2.3 Показательные неравенства
- 2.4 Логарифмические неравенства
- 2.5 Системы линейных неравенств
- 2.6 Системы неравенств с одной переменной
- 2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств
- 2.8 Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- 2.9 Метод интервалов
- 2.10 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

### **III Функции**

#### *Определение и график функции*

- 1.1 Функция, область определения функции
- 1.2 Множество значений функции
- 1.3 График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- 1.4 Обратная функция. График обратной функции
- 1.5 Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

#### *Элементарное исследование функций*

- 2.1 Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
- 2.2 Чётность и нечётность функции
- 2.3 Периодичность функции
- 2.4 Ограниченность функции
- 2.5 Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- 2.6 Наибольшее и наименьшее значения функции

#### *Основные элементарные функции*

- 3.1 Линейная функция, её график
- 3.2 Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
- 3.3 Квадратичная функция, её график
- 3.4 Степенная функция с натуральным показателем, её график
- 3.5 Тригонометрические функции, их графики
- 3.6 Показательная функция, её график
- 3.7 Логарифмическая функция, её график

### **IV Начала математического анализа**

## *Производная*

1.1 Понятие о производной функции, геометрический смысл производной

1.2 Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком

1.3 Уравнение касательной к графику функции

1.4 Производные суммы, разности, произведения, частного

1.5 Производные основных элементарных функций

1.6 Вторая производная и её физический смысл

## *Исследование функций*

2.1 Применение производной к исследованию функций и построению графиков

2.2 Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

## *Первообразная и интеграл*

3.1 Первообразные элементарных функций

3.2 Примеры применения интеграла в физике и геометрии

## **V Геометрия**

### *Планиметрия*

1.1 Треугольник

1.2 Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат

1.3 Трапеция

1.4 Окружность и круг

1.5 Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника

1.6 Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

1.7 Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника

### *Прямые и плоскости в пространстве*

2.1 Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых

2.2 Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства

2.3 Параллельность плоскостей, признаки и свойства

2.4 Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах

2.5 Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства

2.6 Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

### *Многогранники*

3.1 Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма

3.2 Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде

3.3 Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида

3.4 Сечения куба, призмы, пирамиды

3.5 Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

### *Тела и поверхности вращения*

4.1 Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

4.2 Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

4.3 Шар и сфера, их сечения

### *Измерение геометрических величин*

5.1 Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

5.2 Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями

5.3 Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника

5.4 Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями

5.5 Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

5.6 Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

5.7 Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

*Координаты и векторы*

6.1 Декартовы координаты на плоскости и в пространстве

6.2 Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

6.3 Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число

6.4 Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

6.5 Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам

6.6 Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

## **VI Элементы комбинаторики, статистики и теории**

### **вероятностей**

*Элементы комбинаторики*

1.1 Поочередный и одновременный выбор

1.2 Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

*Элементы статистики*

2.1 Табличное и графическое представление данных

2.2 Числовые характеристики рядов данных

*Элементы теории вероятностей*

3.1 Вероятности событий

3.2 Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

### **Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.**

#### **У.1 Уметь выполнять вычисления и преобразования**

1.1 Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма

1.2 Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования

1.3 Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

#### **У.2 Уметь решать уравнения и неравенства**

2.1 Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

2.2 Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод

2.3 Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

#### **У.3 Уметь выполнять действия с функциями**

3.1 Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций

3.2 Вычислять производные и первообразные элементарных функций

3.3 Исследовать в простейших случаях функции на монотонность,

находить наибольшее и наименьшее значения функции

#### **У.4 Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами**

4.1 Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)

4.2 Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

4.3 Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

#### **У.5 Уметь строить и исследовать простейшие математические модели**

5.1 Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

5.2 Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

5.3 Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

5.4 Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий

#### **У.6 Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни**

6.1 Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

6.2 Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

6.3 Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

#### **Организация контроля и оценивания**

<b>Форма промежуточной аттестации</b>	<b>Организация контроля и оценивания</b>
Экзамен	Проводиться в письменной форме. Для проведения экзамена готовится комплект контрольных материалов не менее, чем из 4 вариантов для групп обучающихся, которые сдают экзамен в один день и в одно и тоже время. На выполнение отводится 4 астрономических часа (240 минут). Допуск к промежуточной аттестации при условии выполнения всех контрольных точек (зачеты, контрольные работы, практические работы, внеаудиторная самостоятельная работа).

#### **Материально-техническое обеспечение контрольно-оценочных мероприятий**

Контрольно-оценочные мероприятия проводятся в учебном кабинете математики.

Оборудование учебного кабинета и рабочих мест кабинета:

- посадочные места для обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- сборники заданий;

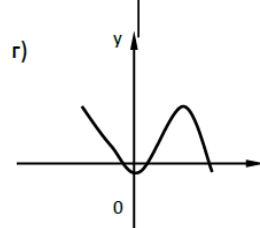
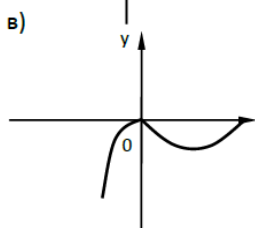
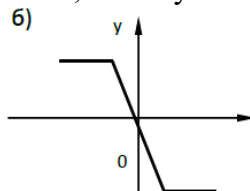
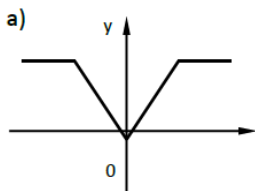
- справочные материалы из пособия.

## 4.2 Задания для экзаменуемого

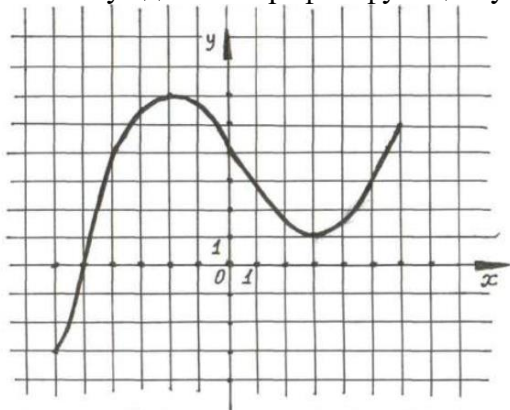
### Обязательная часть

При выполнении заданий 1 -18 запишите ход решения и полученный ответ.

- (1 балл) Билет на автобус стоит 30 рублей. Определите, на сколько поездок хватит 100 рублей, если стоимость билета снизят на 10%.
- (1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в спортивном зале площадью  $6 \times 12 \text{ м}^2$ , если на  $1 \text{ м}^2$  расходуется 300 граммов краски.
- (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $y(x) = 2x - 1$ .  
А (1; 1); В (0; -1); С (2; 4); Д (3; 5).
- (1 балл) Вычислите значение выражения  $9^{3/2} + 27^{2/3} + \sqrt{81}$ .
- (1 балл) Найдите значение  $\cos \alpha$ , если известно, что  $\sin \alpha = 1/3$  и  $\alpha \in I$  четверти.
- (1 балл) Решите уравнение  $5^{5x+1} = 25^{2x}$ .
- (1 балл) Вычислите значение выражения  $\log_2 8 - \log_2 125 + \lg 100 + \lg 1$ .
- (1 балл) Решите уравнение  $\log_2 (3x + 17) = 4$ .
- (1 балл) Определите какой из ниже приведённых графиков соответствует чётной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя данный график функции  $y = f(x)$  ответьте на вопросы:



- (1 балл) Наименьшее и наибольшее значения функции.
- (1 балл) Промежутки возрастания и убывания функции.
- (1 балл) При каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$ .
- (1 балл) От электрического столба высотой 6 м к дому, высота которого 3 м натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между домом и столбом 4 м.
- (1 балл) Тело движется по закону  $S(t) = t^2 - 7t + 3$ . Определите в какой момент времени скорость будет равна 3.

- 15.(1 балл) Найдите область определения функции  $y = \text{Lg} (x^2 + 4x)$ .
- 16.(1 балл) Решите уравнение  $\frac{1}{2} * \sqrt{x} + 2 = 4$ .
- 17.(1 балл) Решите уравнение  $\sin^2 x + \sin x = -\cos^2 x$ .
- 18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см в первый раз вращается вокруг большего катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните их боковые поверхности.

#### Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 -22 запишите ход решения и полученный ответ.

- 19.(3 балла) Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$ .
- 20.(3 балла) Основанием призмы является ромб со стороной 12 см и углом  $60^\circ$ . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объём призмы.
- 21.(3 балла) Решите систему уравнений  $\begin{cases} y/3 - x/2 = 1 \\ 2^{x-2} * 2^x = 8. \end{cases}$
- 22.(3 балла) Найдите решение уравнения  $2 \sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$ , удовлетворяющее условию  $\sin x > 0$ .

#### 4.3 Критерии оценки результата

За правильное выполнение любого задания из обязательной части обучающийся получает 1 балл, за правильное выполнение любого задания из дополнительной части обучающийся получает 3 балла. Число баллов, которое обучающийся может получить за правильное выполнение того или иного задания проставлено в скобках около его номера. Если обучающийся приводит неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания суммируются.

Для получения любой из положительных оценок 3, 4 или 5 сначала надо правильно выполнить все задания обязательной части. При этом для получения удовлетворительной оценки не обязательно выполнить все задания обязательной части. Правильное выполнение нескольких заданий обязательной части, во-первых, гарантирует получение «3», а во-вторых дает основу для повышения оценки до «4» или «5».

#### Критерии оценки выполнения работы

Оценка	Число баллов, необходимых для получения оценки
«3»(удовлетворительно)	9-14
«4»(хорошо)	15-20 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5»(отлично)	21-30 (не менее двух заданий из дополнительной части)